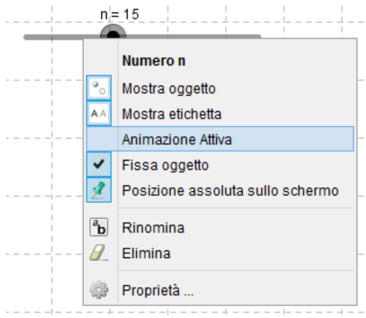
Calcolo delle diagonali di un poligono qualsiasi.

Seleziona lo strumento per un nuovo punto (•A) e individua sul piano due punti A e B. Nascondi le relative etichette.

Inserisci uno slider (a=2) che sia riferito a un numero compreso in un intervallo da 0 a 30 unità, incremento 1, e denominalo con la lettera latina minuscola n. A video compare lo strumento slider ($n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 30$). Spostando il cursore cambia il valore associato alla variabile che porta il nome dello slider.

Associeremo a questa variabile numerica al numero di lati di un poligono regolare.

Seleziona il comando Poligono regolare ( ). Indica come lato il segmento dato dai due punti A e B e come numero di lati il valore associato alla variabile numerica n.

Attribuendo alla variabile n, associata allo slider, l'opzione Animazione attiva si ottiene in successione la creazione dei poligoni regolari fino al valore massimo fissato per n (nel nostro caso con $n = 30$ si ottiene un poligono regolare di 30 lati e nessun poligono per $n = 0$, $n = 1$ e $n = 2$) A questo punto è possibile provare la realizzazione per i soli poligoni.	

A questo punto serve disegnare le diagonali del poligono (poli1), creando le diagonali come segmento (*Segmento[Punto, Punto]*)) a partire da ogni vertice (*Vertice[Poligono, Numero n]*)) da 1 a $n - 1$ (ciclo for (ripeti) che è indicato con $Variabile\ i, Numero\ a,\ Numero\ b$).

Per disegnare le diagonali utilizzo una lista di segmenti definiti dalle coordinate degli estremi. La lista è data dai segmenti che rappresentano le diagonali e che si dipartano da ogni vertice verso tutti gli altri. La lista viene creata tramite due comandi *Successione[]* nidificati. Il comando *Successione[Espressione, Variabile i, Numero a, Numero b]* crea una lista di oggetti utilizzando una espressione indicata dall'utente e un indice variabile (i) tra due numeri (a e b).

Dobbiamo, quindi, disegnare i segmenti a partire da un vertice verso tutti gli altri (successioni nidificate).

Pseudocodice	Javascript
Ripeti per (i=1;i<=n-1;i=i+1) *Ripeti per (j=i+1;j<=j=j+1)* *Disegna un segmento* *usando i vertici i e j del poligono* *Fine Ripeti* *Fine Ripeti*	*var i;* *var j;* *var n=numerolati;* *for (i = 1; i <= n-1; i++) {* *for (j = i+1; j <= n; j++) {* *Segmento[Vertice[poli1, i], Vertice[poli1, j]];* *}* *}*

La parte più interna del codice è quella che crea i segmenti (comando *Segmento[Punto, Punto])* partendo da un vertice (*Vertice[Poligono, Numero n]*) verso tutti gli altri.

L'espressione da inserire è quindi la seguente.

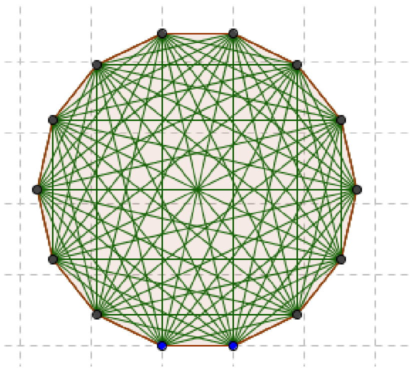
$$Successione[Successione[Segmento[Vertice[poli1, i], Vertice[poli1, j]], j, i + 1, n], i, 1, n - 1]$$

Ecco il risultato ottenibile.

A questo punto potremmo visualizzare il numero di lati, vertici e di diagonali.

Per stabilire il numero di diagonali è possibile utilizzare la formula:

$$nDiagonali = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$



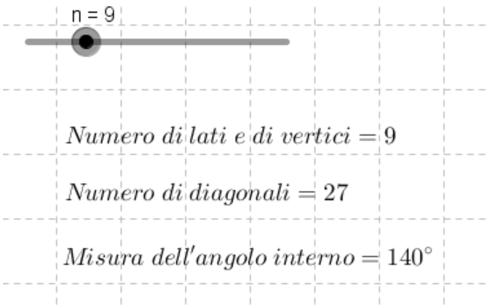
Definiamo, dalla linea di inserimento, due variabili numeriche che riportino il calcolo del numero delle diagonali e la misura dell'angolo interno.

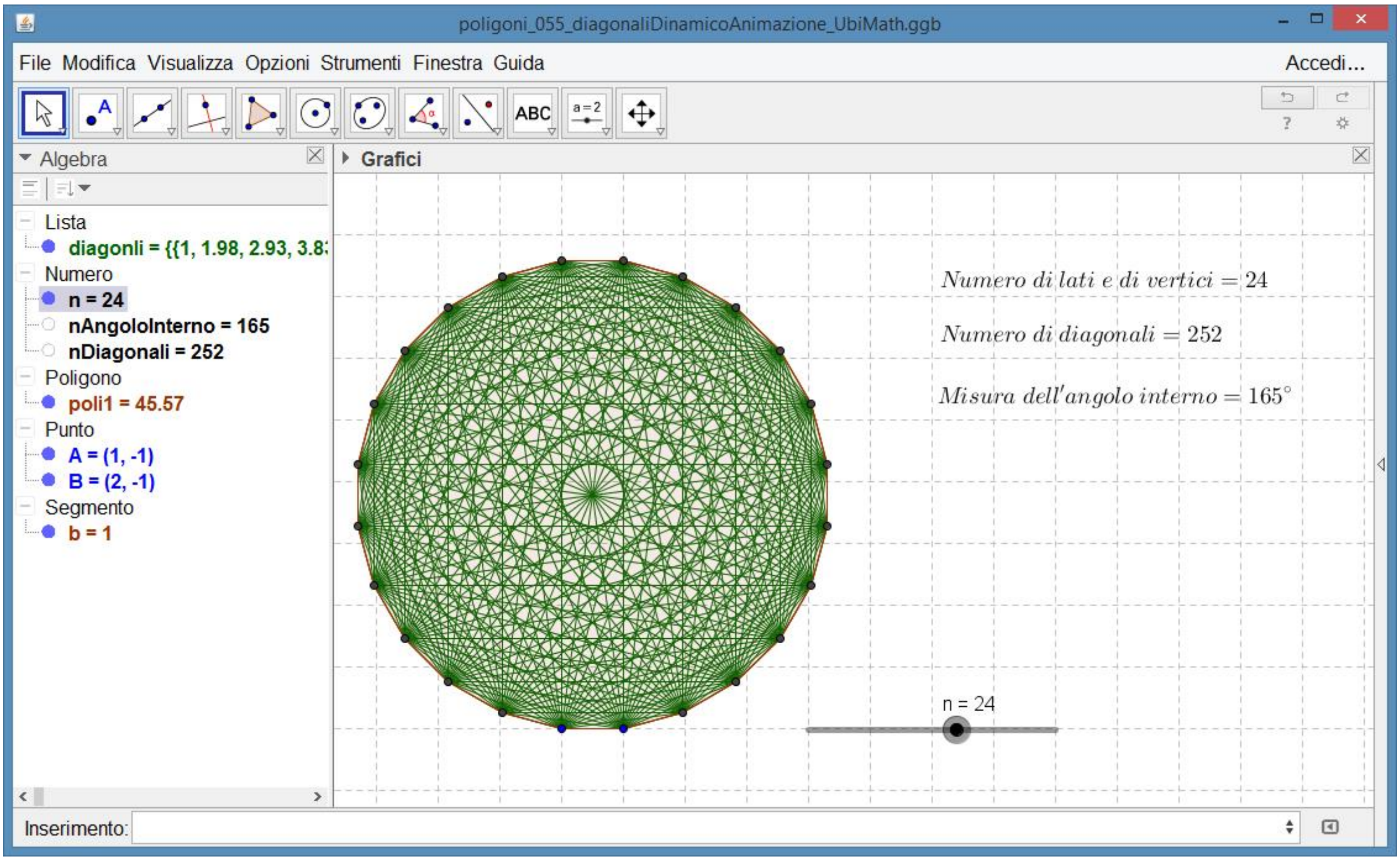
nAngoloInterno=180(n - 2) / n

nDiagonali=(n (n - 3)) / 2

È possibile a questo punto inserire un testo (ABC) dinamico a video.

Ponete la velocità dell'animazione nella proprietà dello slider a 0.1 e attivate l'animazione.

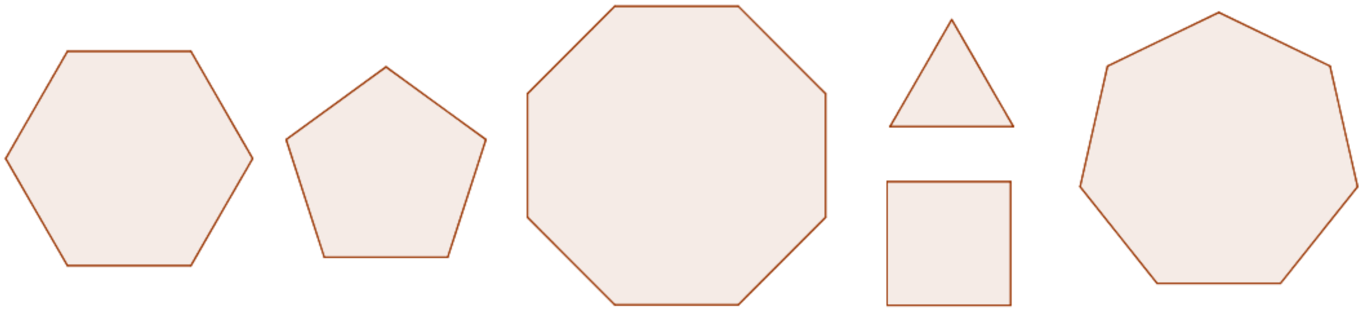




Le diagonali dei poligoni - Scheda di lavoro propedeutica

Il segmento che unisce due vertici non consecutivi di un poligono si chiama **diagonale**.

Traccia in ogni poligono le diagonali e completa la tabella che segue.

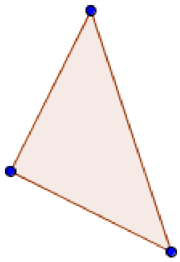
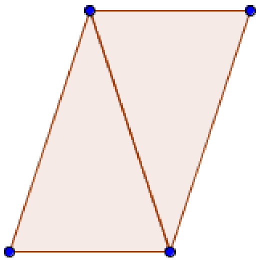
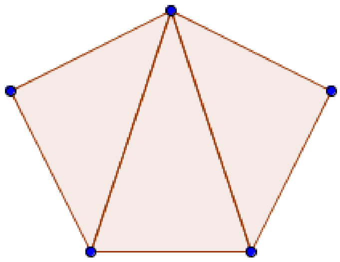
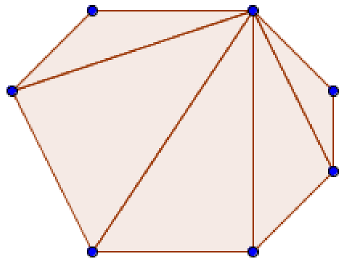


Numero di lati	Nome poligono	Numero di vertici	Numero di diagonali
3	Triangolo		
4	Quadrilatero		
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
20	Icosagono		
1000	Chiliagono		

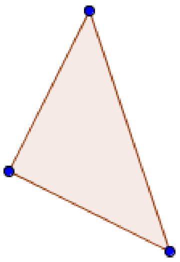
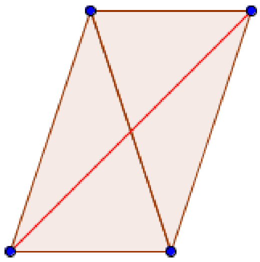
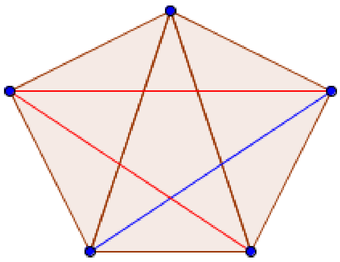
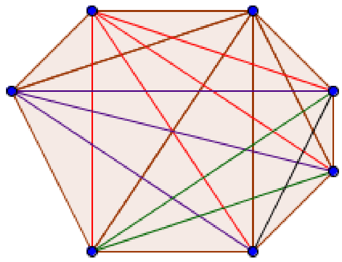
Proponi una formula per trovare il numero totale delle diagonali y di un poligono di $x > 2$ vertici.

Soluzioni

Traccia le diagonali che escono da un vertice del poligono.

Il loro numero è pari al numero di lati del poligono diminuito di 3.

Contando tutti i vertici (n) e le diagonali relative, si ottiene il doppio delle diagonali. Considerando anche i lati adiacenti ad ogni vertice, il primo vertice può essere congiunto a $n-1$ vertici, il secondo $n-2$ vertici e così sino all'ultimo vertice. Il problema si riconduce alla somma di interi da $n-1$ a 1, dalla quale serve sottrarre il numero dei lati (n) che altrimenti sarebbero contati come diagonali.

$$d_n = \frac{n \cdot (n-1)}{2} - n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

Si può anche partire dal fatto che ogni diagonale è delimitata da due vertici del poligono e che il verso in cui la si indica è riferito alla stessa diagonale. E' possibile, quindi, ricondurre il problema al numero di combinazioni semplici che si possono formare con n oggetti presi 2 alla volta. Alle combinazioni possibili vanno tolte quelle riferite a due vertici consecutivi.

$$d_n = C_{n,2} - n = \binom{n}{2} - n = \frac{n!}{2!\,(n-2)!} - n = \frac{n \cdot (n-1)}{2} - n = \frac{n \cdot (n-1) - 2n}{2} = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

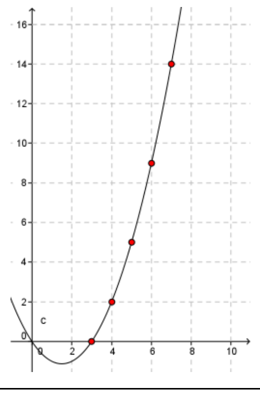
Dove n indica il numero di vertici del poligono.

La funzione che lega il numero delle diagonali (y) al numero di vertici (x) di un poligono è la seguente:

$$y = \frac{x^2 - 3x}{2}$$

Sul piano cartesiano si ottiene la conica seguente:

$$x^2 - 3x - 2y = 0$$



n. vertici	***nome***	***n. di diagonali***
3	Triangolo	0
4	Quadrilatero	2
5	Pentagono	5
6	Esagono	9
7	Ettagono	14
8	Ottagono	20
9	Ennagono	27
10	Decagono	35
11	Endecagono	44
12	Dodecagono	54
13	Tridecagono	65
14	Tetradecagono	77
15	Pentadecagono	90
16	Esadecagono	104
17	Eptadecagono	119
18	Ottadecagono	135
19	Ennadecagono	152
20	Icosagono	170
21	Endeicosagono	189
22	Doicosagono	209
23	Triaicosagono	230
24	Tetraicosagono	252
25	Pentaicosagono	275
26	Esaicosagono	299
30	Triacontagono	405
50	Pentacontagono	1175
1000	Chiliagono	498 500
10 000	Miriagono	49 985 000