

## Teorema di Pitagora e terne pitagoriche

Il triangolo rettangolo è un triangolo molto particolare e studiato, se ne conoscono diverse proprietà e vi si applicano diversi teoremi.

Il teorema di Pitagora stabilisce la relazione fondamentale tra i lati di un triangolo rettangolo ed è una versione limitata a essi del teorema di Carnot.

*Enunciato*

***In un triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è pari alla somma dell'area dei quadrati costruiti sui cateti.***

*Dato un triangolo rettangolo di lati  $a$ ,  $b$  e  $c$ , ed indicando con  $c$  la sua ipotenusa e con  $a$  e  $b$  i suoi cateti, il teorema è espresso dall'equazione:*

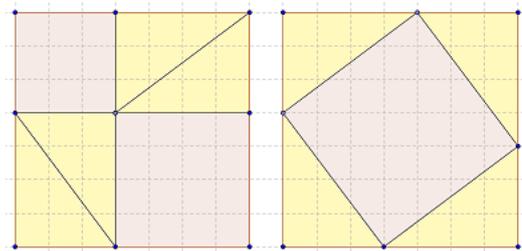
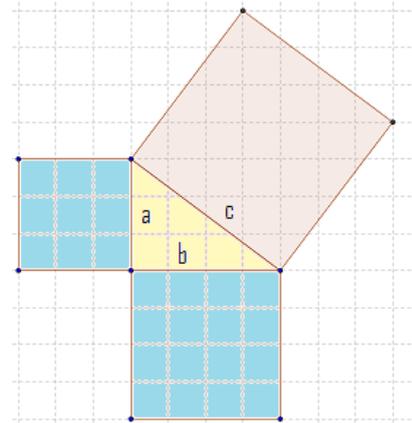
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Da cui risolvendo per l'ipotenusa  $c$  si ha:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Da cui si ricavano i rispettivi cateti  $a$  e  $b$ :

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Dimostrazione

Inversamente, ogni triangolo in cui i tre lati verificano questa proprietà è rettangolo.

*Esempi di utilizzo di questa proprietà dei triangoli rettangoli*

***Noti i due cateti, ricercare l'ipotenusa***

*Sia dato un triangolo ABC rettangolo in A tale che AB sia 4 cm e AC sia 3 cm.*

*La relazione di Pitagora consente di trovare il valore dell'ipotenusa.*

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \quad \text{da cui} \quad BC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

***Noti l'ipotenusa e un cateto, ricercare l'altro cateto***

*Sia dato un triangolo ABC rettangolo in A tale che AB sia 4 cm e BC sia 5 cm.*

*La relazione di Pitagora consente di trovare il valore dell'ipotenusa.*

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \quad \text{da cui} \quad AC = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

## Terne pitagoriche

Dati tre numeri *interi* che verificano la relazione  $a^2 + b^2 = c^2$ , si dice che questi formano una *terna pitagorica* (sequenza <https://oeis.org/A131806>).

Le due terne (3, 4, 5) e (5, 12, 13) sono due note terne pitagoriche.

Anche (6, 8, 10) è una terna pitagorica, ottenuta raddoppiando i termini della terna (3, 4, 5).

## Terne primitive e terne derivate

Una **terna primitiva** è formata da **numeri primi fra loro**.

Numeri primi tra di loro hanno il massimo comune divisore uguale a 1 ( $MCD = 1$ ).

Le terne formate da numeri non primi tra di loro sono dette **terne derivate**.

Le terne come quella formata (3, 4, 5) sono dette **terne primitive** e quelle come la (6, 8, 10) sono dette **derivate**.

## Trovare tutte le terne pitagoriche

Pitagora, Platone e Diofanto sono riusciti a stabilire la formula per un numero qualsiasi dispari e pari.

1 metodo di ricerca			2 metodo di ricerca			
Si ottengono tutte terne primitive formate da numeri naturali, se il numero utilizzato è dispari, o da numeri decimali, se il numero usato è un numero pari.			Si ottengono tutte terne primitive generate a partire da un numero pari.			
a=m	$b=(m^2-1)/2$	$c=(m^2+1)/2$	p	a=2p	b=p <sup>2</sup> -1	c=p <sup>2</sup> +1
2	1,5	2,5	2	4	3	5
3	4	5	3	6	8	10
4	7,5	8,5	4	8	15	17
5	12	13	5	10	24	26
6	17,5	18,5	6	12	35	37

# Approfondimenti

	Terne pitagoriche	<a href="https://it.wikipedia.org/wiki/Terna_pitagorica">it.wikipedia.org/wiki/Terna_pitagorica</a> Più completa la versione inglese <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_triple">en.wikipedia.org/wiki/Pythagorean_triple</a>
	Pythagorean Triplets	<a href="http://www.math.clemson.edu/~simms/neat/math/pyth/">www.math.clemson.edu/~simms/neat/math/pyth/</a>
	Terne pitagoriche (di G. Bo)	<a href="http://utenti.quipo.it/base5/pitagora/ternepit.htm">utenti.quipo.it/base5/pitagora/ternepit.htm</a>
	Terne pitagoriche primitive (F. Giordano)	<a href="http://www.matematicamente.it/giordano/terne_pitagoriche_primitive.pdf">www.matematicamente.it/giordano/terne_pitagoriche_primitive.pdf</a>
	<i>Pythagorean Triples from</i> <a href="http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/pythTriple.shtml">cut-the-knot</a>	<a href="http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/pythTriple.shtml">www.cut-the-knot.org/pythagoras/pythTriple.shtml</a>
	Terne pitagoriche primitive (di S. Gambino)	<a href="http://digilander.libero.it/salgam/">digilander.libero.it/salgam/</a>