

Teorema di Pitagora e lunule

Il triangolo rettangolo è un triangolo molto particolare e studiato, se ne conoscono diverse proprietà e vi si applicano diversi teoremi che hanno diverse e impensate estensioni.

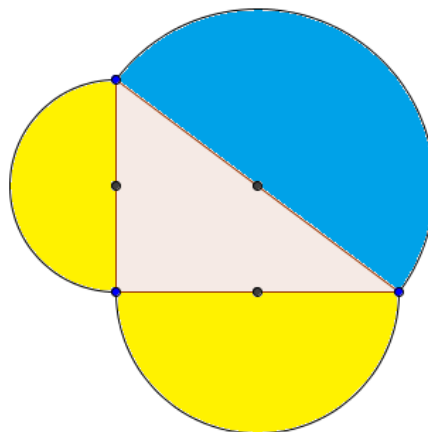
Un'estensione del teorema di Pitagora utilizza dei semicerchi.

In un triangolo rettangolo, l'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa è pari alla somma delle aree dei semicerchi costruiti sui cateti.

Dato un triangolo rettangolo di lati a , b e c , ed indicando con c la sua ipotenusa e con a e b i suoi cateti, il teorema è espresso dall'equazione:

$$\frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$$

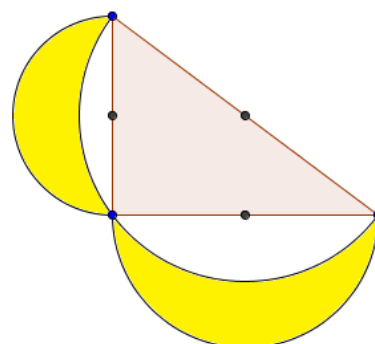
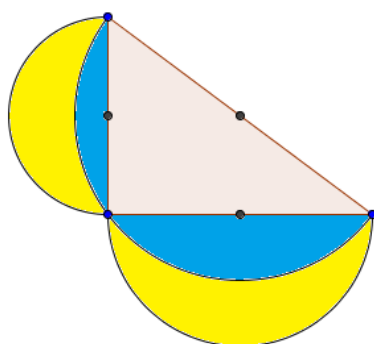
$$\frac{1}{8}\pi a^2 + \frac{1}{8}\pi b^2 = \frac{1}{8}\pi c^2$$



Si ottiene da quest'ulteriore dimostrazione, un'importante estensione, detta "quadratura delle lunule". Questo teorema è attribuito a Ippocrate di Chio.

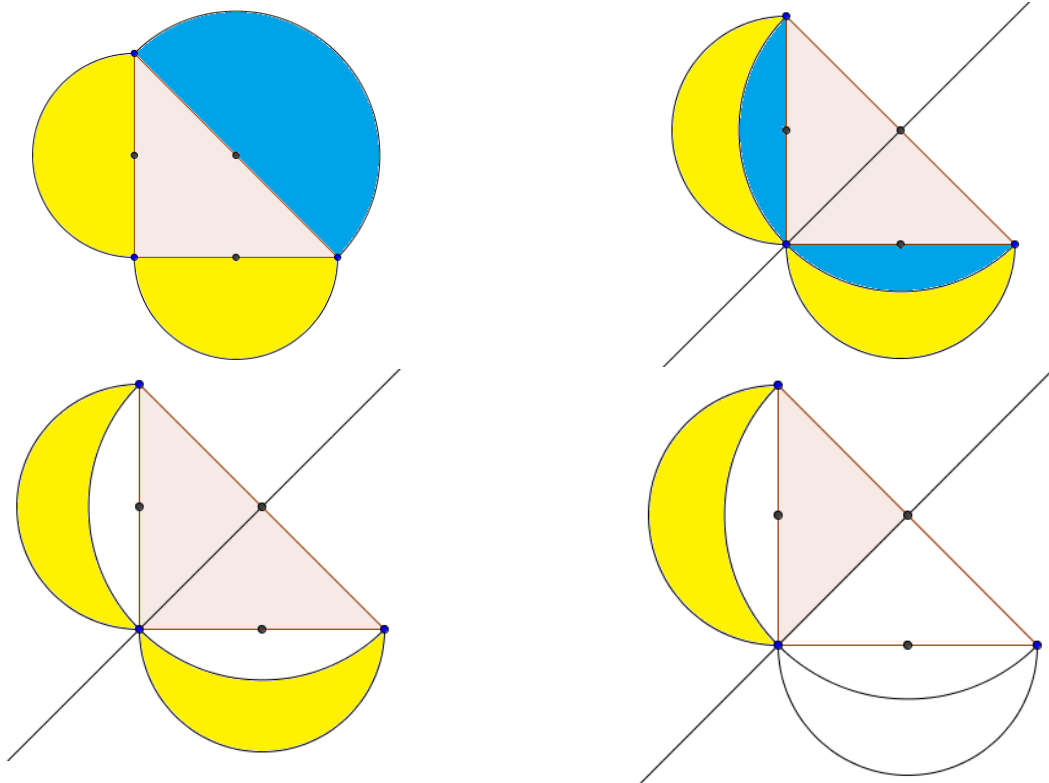
Utilizzando il ragionamento illustrato si dimostra come l'area di una figura piana triangolare sia equivalente a superfici di figure e profilo curvilineo (quadratura della lunula).

La lunula è una figura delimitata da due archi di cerchio di raggio diverso.






Ribaltando la lunula costruita sull'ipotenusa ed eliminando le parti comuni si dimostra come l'area del triangolo rettangolo dato sia equivalente alla somma delle due figure di profilo curvilineo in colore e dette, per la loro forma, lunule.

Il caso del triangolo rettangolo isoscele



Nel caso del triangolo isoscele una lunula è pari alla metà del triangolo isoscele.

Approfondimenti

 WIKIPEDIA L'enciclopedia libera	Teorema di Pitagora Ippocrate di Chio	it.wikipedia.org/wiki/Teorema di Pitagora it.wikipedia.org/wiki/Ippocrate di Chio
 Cut The Knot	<i>Pythagorean Theorem. More than 70 proofs from cut-the-knot</i>	www.cut-the-knot.org/pythagoras/
 POLITECNICO DI TORINO	Progetto Polymath (Politecnico di Torino)	areweb.polito.it/didattica/polymath/