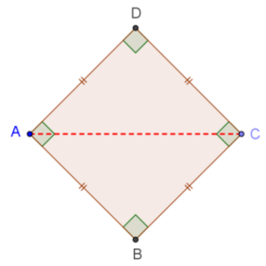
Strategie alternative nella risoluzione di quesiti di geometria

La risoluzione di un problema non segue sempre vie univoche e spesso è possibile utilizzare **differenti strategie** che, se corrette, sono alternative.

Quesito

Un quadrato ha la diagonale che misura 9 cm. Calcola il perimetro.



Dati e relazioni

Quadrato
$d = 9\ cm$
Richieste
Perimetro $2p$

Metodo A **Con formule dirette e inverse**		**Metodo B** **Con l'applicazione del teorema di Pitagora**	
Formule	**Calcoli**	**Formule**	**Calcoli**
$A = \frac{d \cdot d}{2}$	$A = \frac{9 \cdot 9}{2} = 40{,}5\ cm^2$	$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	$l = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2}$
			$l = \sqrt{2 \cdot 4{,}5^2}$
			$l = 4{,}5\sqrt{2} \approx 6{,}36\ cm$
$l = \sqrt{A}$	$l = \sqrt{40{,}5} \approx 6{,}36\ cm$	$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 4{,}5\sqrt{2}$
			$2p = 18\sqrt{2}\ cm$
$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 6{,}36 = 25{,}44\ cm$		$2p = 4 \cdot 6{,}36 = 25{,}44\ cm$

Con entrambi i metodi otteniamo lo stesso risultato.

Prova tu

1. Un quadrato ha la diagonale che misura 15 cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.
2. Un quadrato ha la diagonale che misura 20 cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.
3. Un quadrato ha la diagonale che misura $2\sqrt{2}$ cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.
4. Un quadrato ha la diagonale che misura $5\sqrt{2}$ cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.

Soluzioni a cura di Ubaldo Pernigo

Un quadrato ha la diagonale che misura 15 cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.

Metodo A **Con formule dirette e inverse**		**Metodo B** **Con l'applicazione del teorema di Pitagora**	
Formule	**Calcoli**	**Formule**	**Calcoli**
$A = \frac{d \cdot d}{2}$	$A = \frac{15 \cdot 15}{2} = \frac{15^2}{2}$ $A = 112{,}5\ cm^2$	$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	$l = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2}$ $l = \sqrt{2 \cdot 7{,}5^2}$ $l = 7{,}5\sqrt{2}\ cm$
$l = \sqrt{A}$	$l = \sqrt{\frac{15^2}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}}\ cm$		
$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{60}{\sqrt{2}}\ cm$ $2p \approx 42{,}43\ cm$	$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 7{,}5\sqrt{2}$ $2p = 30\sqrt{2}\ cm$ $2p \approx 42{,}43\ cm$

Il perimetro è in ambedue i casi pari a $\approx 42{,}43\ cm$.

Utilizzando la procedura seguente di può mostrare come di due perimetri abbiano lo stesso valore anche senza eseguire il calcolo del radicale.

$$\frac{60}{\sqrt{2}} = \frac{60 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{60 \cdot \sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2}\ cm$$

=-=

Un quadrato ha la diagonale che misura 20 cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.

Metodo A **Con formule dirette e inverse**		**Metodo B** **Con l'applicazione del teorema di Pitagora**	
Formule	**Calcoli**	**Formule**	**Calcoli**
$A = \frac{d \cdot d}{2}$	$A = \frac{20 \cdot 20}{2} = \frac{20^2}{2}$ $A = 200\ cm^2$	$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	$l = \sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 + \left(\frac{20}{2}\right)^2}$ $l = \sqrt{2 \cdot 10^2}$ $l = 10\sqrt{2}\ cm$
$l = \sqrt{A}$	$l = \sqrt{\frac{20^2}{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}}\ cm$		
$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}}\ cm$ $2p \approx 56{,}57\ cm$	$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 10\sqrt{2}$ $2p = 40\sqrt{2}\ cm$ $2p \approx 56{,}57\ cm$

Il perimetro è in ambedue i casi pari a $\approx 56{,}57\ cm$.

Utilizzando la procedura seguente di può mostrare come di due perimetri abbiano lo stesso valore anche senza eseguire il calcolo del radicale.

$$\frac{80}{\sqrt{2}} = \frac{80 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{80 \cdot \sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2}\ cm$$

Vediamo ora brevemente come disegnare il quadrato di diagonale 20 cm.

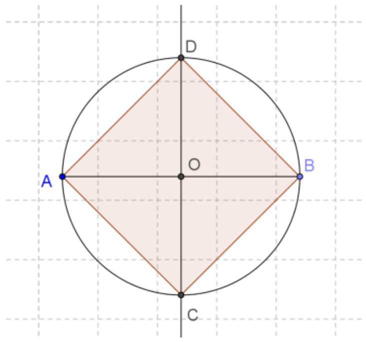
Disegna un segmento di 20 cm con lo Strumento Segmento - dati un punto e la lunghezza ( ).

Disegna, passante per il punto medio ( ) del segmento, una retta perpendicolare ( ).

Disegna una circonferenza ( ), con il centro nel punto medio e indicando come altro punto uno degli estremi del segmento.

Individua le intersezioni ( ) della circonferenza con la retta perpendicolare.

Traccia il quadrato unendo i punti così trovati.



Un quadrato ha la diagonale che misura $2\sqrt{2}$ cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.

Metodo A **Con formule dirette e inverse**		**Metodo B** **Con l'applicazione del teorema di Pitagora**	
Formule	**Calcoli**	**Formule**	**Calcoli**
$A = \frac{d \cdot d}{2}$	$A = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2}$ $A = 4\ cm^2$	$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	$l = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2}$ $l = \sqrt{2 \cdot 2} = 2\ cm$
$l = \sqrt{A}$	$l = \sqrt{4} = 2\ cm$		
$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 2 = 8\ cm$	$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 2 = 8\ cm$

$$\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2^2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2}{2^2} = \frac{4 \cdot 2}{4} = 2$$

=-=

Un quadrato ha la diagonale che misura $5\sqrt{2}$ cm. Calcola il perimetro utilizzando più strategie.

Metodo A **Con formule dirette e inverse**		**Metodo B** **Con l'applicazione del teorema di Pitagora**	
Formule	**Calcoli**	**Formule**	**Calcoli**
$A = \frac{d \cdot d}{2}$	$A = \frac{5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{2}$ $A = 25\ cm^2$	$l = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	$l = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$ $l = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\ cm$
$l = \sqrt{A}$	$l = \sqrt{25} = 5\ cm$		
$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 5 = 20\ cm$	$2p = 4 \cdot l$	$2p = 4 \cdot 5 = 20\ cm$

$$\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{5^2 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2}{2^2} = \frac{25 \cdot 2}{4} = \frac{25}{2}$$