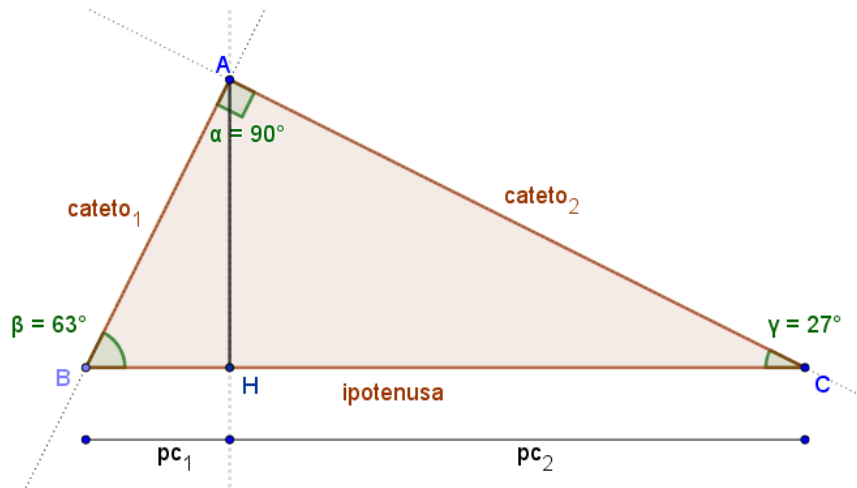


Dall'applicazione della similitudine ai triangoli rettangoli discendono i due teoremi di Euclide (Elementi, IV-III sec. A.C., libro I prop. 47 e libro VI prop. 8).

Primo teorema di Euclide

In un qualsiasi triangolo rettangolo ogni **cateto** è **medio proporzionale** fra l'**ipotenusa** e la sua **proiezione sull'ipotenusa**.

In un qualsiasi triangolo rettangolo il quadrato costruito su di un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e la relativa proiezione sull'ipotenusa.



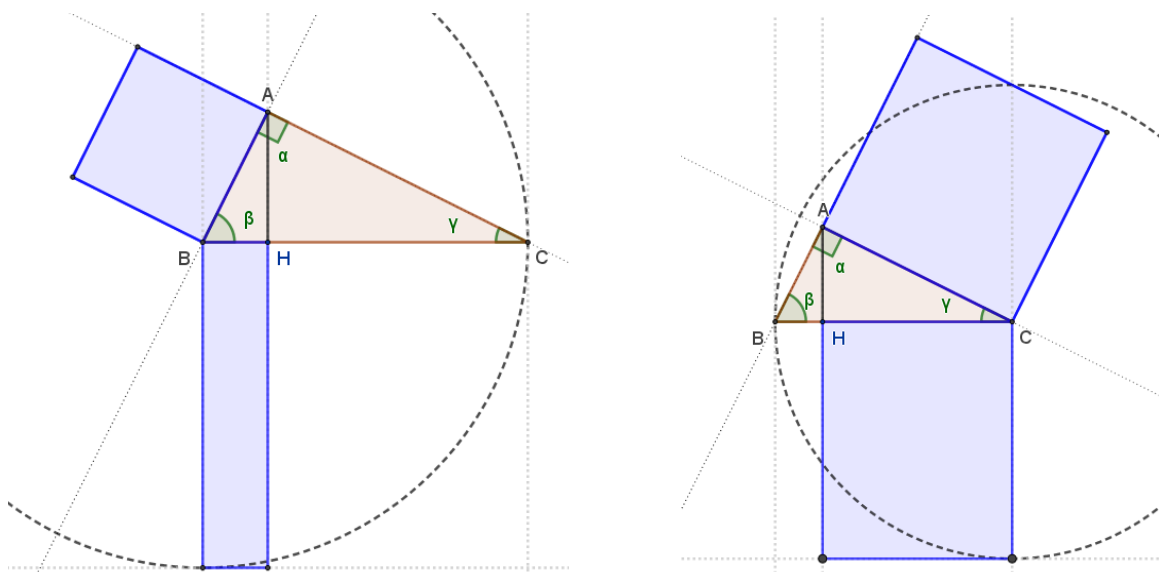
Dato un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, e di ipotenusa AC, indicando con H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa si avrà:

$$BC : AC = AC : CH \wedge BC : AB = AB : BH$$

$$i : c_1 = c_1 : pc_1 \wedge i : c_2 = c_2 : pc_2$$

da cui

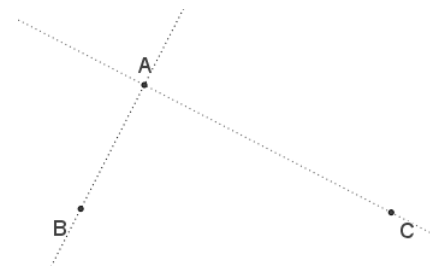
$$AC^2 = CH \cdot BC \wedge AB^2 = BH^2 \cdot BC$$



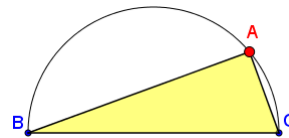
Primo teorema di Euclide

Costruzione di un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A.

- Individua sul piano cartesiano due punti A e B (•).
- Traccia la retta per A e per B (Retta - per due punti).
- Per il punto A traccia la perpendicolare al segmento AB (⊥).
- Su questa retta segna a piacere un punto C (•).
- Disegna il triangolo ABC (•) selezionando i vertici in senso antiorario (sarà rettangolo in A e con ipotenusa BC).
- Segna gli angoli interni del triangolo (•).
- Traccia la perpendicolare per A all'ipotenusa BC (⊥).
- Individua il punto H di intersezione tra la perpendicolare e l'ipotenusa BC (•).
- Traccia il segmento AH (•), altezza relativa all'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC.
- Utilizza per le rette di costruzione utilizzate lo stile puntinato o tratteggiato.



In alternativa si può utilizzare un segmento BC e una semicirconferenza di diametro BC, sapendo che un punto preso sulla circonferenza forma con gli altri due punti sempre un angolo retto (detto anche teorema di Dante).



Costruzione dei quadrati sui cateti e del rettangolo equivalente che ha per dimensioni l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa.

Costruiamo per esempio il quadrato sul cateto AB.

- Seleziona lo strumento Poligono regolare (•).
- Seleziona come estremi del lato del poligono regolare il cateto AB.
- Indica come numero di lati del poligono regolare 4.

Costruzione del rettangolo che ha per dimensioni la proiezione di AB sull'ipotenusa (BH) e l'ipotenusa stessa (BC).

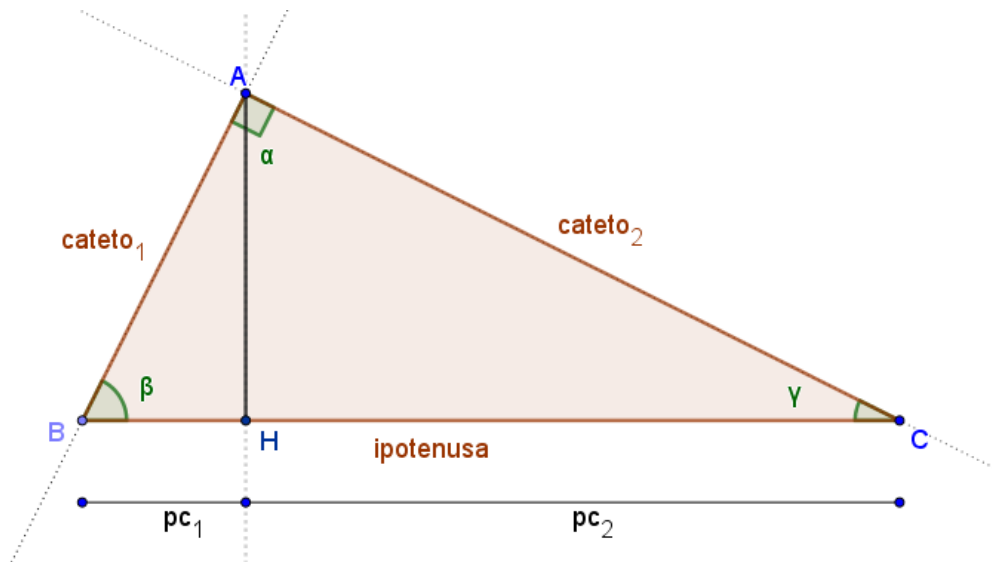
- Punta il compasso in B, e traccia la circonferenza di raggio BC (•).
- Traccia la perpendicolare per B all'ipotenusa BC (⊥).
- Segna il punto d'intersezione tra la retta e la circonferenza (•).
- Per questo punto conduci la parallela all'ipotenusa BC (•).
- La retta perpendicolare a BC passante per A, costruita in precedenza, interseca la retta precedente in un nuovo punto (•).
- I due punti trovati, insieme a B e a H costituiscono i vertici di un rettangolo. Costruisci con lo strumento poligono il rettangolo (•).

Ripeti il procedimento per l'altro cateto.

Secondo teorema di Euclide

In un qualsiasi triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è medio proporzionale fra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

In un qualsiasi triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

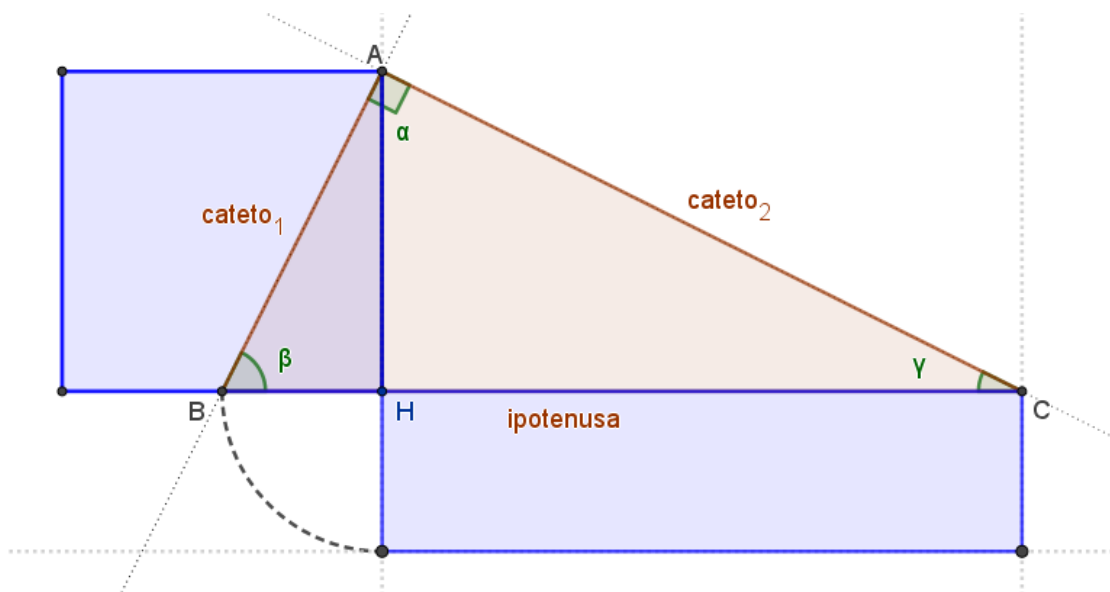


Dato un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, e di ipotenusa AC, indicando con H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa si avrà:

$$CH : AH = AH : BH \rightarrow pc_1 : h_i = h_i : pc_2$$

da cui

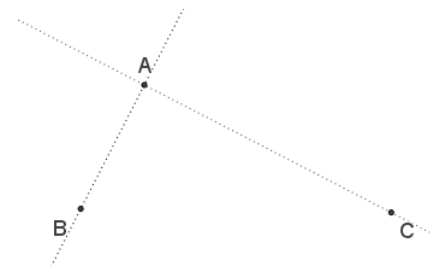
$$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow h_i^2 = pc_1 \cdot pc_2$$



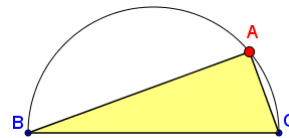
Secondo teorema di Euclide

Costruzione di un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A.

- Individua sul piano cartesiano due punti A e B (•).
- Traccia la retta per A e per B (Retta - per due punti).
- Per il punto A traccia la perpendicolare al segmento AB (⊥).
- Su questa retta segna a piacere un punto C (•).
- Disegna il triangolo ABC (selezionando i vertici in senso antiorario (sarà rettangolo in A e con ipotenusa BC)).
- Segna gli angoli interni del triangolo (∠).
- Traccia la perpendicolare per A all'ipotenusa BC (⊥).
- Individua il punto H di intersezione tra la perpendicolare e l'ipotenusa BC (•).
- Traccia il segmento AH (•), altezza relativa all'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC.
- Utilizza per le rette di costruzione utilizzate lo stile puntinato o tratteggiato.



In alternativa si può utilizzare un segmento BC e una semicirconferenza di diametro BC, sapendo che un punto preso sulla circonferenza forma con gli altri due punti sempre un angolo retto (teorema di Dante).



Costruzione del quadrato che ha per lato l'altezza AH relativa all'ipotenusa.

- Seleziona lo strumento Poligono regolare (•).
- Seleziona come estremi del lato del poligono regolare i punti H e A.
- Indica come numero di lati del poligono regolare 4 in modo da ottenere il quadrato costruito sull'altezza AH del triangolo rettangolo ABC.

Costruzione del rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

- Punta il compasso in B, e traccia la circonferenza di raggio BH (•).
- Segna il punto d'intersezione tra la retta passante per A e H, già costruita in precedenza, e la circonferenza (•).
- Per questo punto conduci la parallela all'ipotenusa BC (•).
- Per C conduci la perpendicolare all'ipotenusa BC (⊥).
- Tale retta interseca la precedente in un nuovo punto (•).
- I due punti trovati, insieme ai punti C e H costituiscono i vertici di un rettangolo. Costruisci il rettangolo usando lo strumento poligono (•). Questo avrà le dimensioni pari alle proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa (dimensioni BH x CH).