Esempi di problemi applicativi di ripartizione.

Una **catena di rapporti** è l'uguaglianza di tre o più rapporti.

In una catena di rapporti la **somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come qualunque degli antecedenti sta al proprio conseguente**.

$$a : b = c : d = e : f \rightarrow \begin{cases} (a + c + e) : (b + d + f) = a : b \\ (a + c + e) : (b + d + f) = c : d \\ (a + c + e) : (b + d + f) = e : f \end{cases}$$

CASO DIRETTO

Romeo, Sham e Tommaso giocano rispettivamente 4 €, 5 € e 11 € al totocalcio e vincono 140 €. Decidono di dividere la vincita proporzionalmente a quanto ognuno ha messo. Quanto spetta a ognuno?

Si tratta di **proporzionalità diretta** in quanto chi ma messo una cifra doppia di un altro deve ricevere il doppio.

Applicando la proprietà del comporre delle catene di rapporti

Costruisco una catena di rapporti indicando come antecedente chi ha contribuito alla schedina e come conseguente la cifra che ha messo. A ogni lettera faccio corrispondere per brevità uno degli attori coinvolti nella scommessa.

$x : 4 = y : 5 = z : 11$

Somma degli antecedenti $x + y + z = 140\ €$

Somma dei conseguenti $4 + 5 + 11 = 20\ €$

Posso ora applicare la proprietà ottenendo tre proporzioni con tre termini noti e uno incognito.

$$140 : 20 = x : 4 \rightarrow x = \frac{140 \cdot 4}{20} = 28\ €$$

$$140 : 20 = x : 5 \rightarrow x = \frac{140 \cdot 5}{20} = 35\ €$$

$$140 : 20 = x : 11 \rightarrow x = \frac{140 \cdot 11}{20} = 77\ €$$

Una volta che manca da stabilire l'ultimo valore questo può essere calcolato anche per differenza tra il totale e la somma dei due calcolati: $(140 - 28 - 35) = 77\ €$

Il calcolo dei tre valori però ha il pregio di consentire la verifica dei risultati che sommati devono dare il valore noto iniziale:

$(77 + 28 + 35) = 140\ €$ Verificato

Metodo della riduzione all'unità

La costante di proporzionalità (k) è in questo caso data dal rapporto tra la somma vinta e il totale "investito" e indica, in un certo senso, la resa di ogni singolo euro giocato.

$$\frac{140\ €}{4 + 5 + 11} = \frac{140\ €}{20} = 7\ €\ ogni\ euro\ giocato$$

Basta ora moltiplicare la somma giocata per la "resa" per sapere quanto spetta a ognuno.

CASO INVERSO

Lucia decide di assegnare in regalo 720 € ai suoi tre nipotini: Giacomo che ha 5 anni, Alessandro che ha 12 anni e Martina che ha 20 anni. Decide di dividere l'importo in modo inversamente proporzionale alle loro età. Quanto spetta a ognuno?

Si tratta di **proporzionalità invera** e quindi proporzionale agli inversi delle loro età.

Applicando la proprietà del comporre delle catene di rapporti

Costruisco una catena di rapporti indicando come antecedente il destinatario del regalo e come conseguente il reciproco dell'età. A ogni lettera faccio corrispondere per brevità uno degli attori.

$$x : \frac{1}{5} = y : \frac{1}{12} = z : \frac{1}{20}$$

Somma degli antecedenti $x + y + z = 720$ €

Somma dei conseguenti $\frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{12+5+3}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

Posso ora applicare la proprietà ottenendo tre proporzioni con tre termini noti e uno incognito.

$$720 : \frac{1}{3} = x : \frac{1}{5} \rightarrow x = 720 \cdot \frac{1}{5} : \frac{1}{3} = 432\ €$$

$$720 : \frac{1}{3} = x : \frac{1}{12} \rightarrow x = 720 \cdot \frac{1}{12} : \frac{1}{3} = 180\ €$$

$$720 : \frac{1}{3} = x : \frac{1}{20} \rightarrow x = 720 \cdot \frac{1}{20} : \frac{1}{3} = 108\ €$$

Una volta che manca da stabilire l'ultimo valore questo può essere calcolato anche per differenza tra il totale e la somma dei due calcolati: $(720 - 432 - 180) = 108$ €.

Il calcolo dei tre valori però ha il pregio di consentire la verifica dei risultati che sommati devono dare il valore noto iniziale:

$(108 + 432 + 180) = 720$ €

Verificato