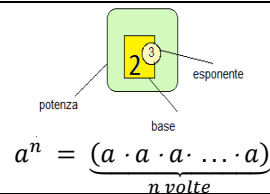


L'elevamento a potenza è un'operazione che associa a due numeri qualsiasi, dati in un dato ordine e detti base e esponente, un terzo numero, detto potenza, che si ottiene moltiplicando la base per se stessa tante volte quando indica l'esponente.



NB: Esponente vs Apice e Deponente vs Pedice

Qualsiasi potenza con esponente 1 è la base.

$$a^1 = a$$

Qualsiasi potenza con base 1 è 1.

$$1^n = 1$$

Qualsiasi potenza con base 0 ed esponente maggiore di 0 è 0.

$$0^n = 1 \text{ con } n > 0$$

Qualsiasi potenza con esponente 0 è pari a 1.

$$a^0 = 1 \text{ con } a > 0$$

Le potenze di 10 si ottengono scrivendo dopo l'unità

(1 con) tanti zeri quanti ne indica l'esponente.

$$10^n = 1 \underbrace{0 \dots}_n \text{ zeri}$$

La potenza  $0^0$  è priva di significato (sci.math FAQ: What is  $0^0$ ?).

### Prodotto di potenze con la stessa base

$$2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ volte}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ volte}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{7 \text{ volte}} = 2^7$$

Il prodotto di potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Esempio:

$$3^4 \cdot 3^2 = 3^{4+2} = 3^6 \text{ perché } 3^4 \cdot 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^6$$

### Quoziente di potenze con la stessa base

$$2^6 : 2^3 = \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)}_{6 \text{ volte}} : \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3 \text{ volte}} = 2^3 \quad (2 : 2) = 1$$

Il quoziente di potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Esempio:

$$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2 \text{ perché } 3^4 : 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3) = 3^2$$

### Potenza di una potenza

$$(2^3)^2 = \left( \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ volte}} \right)^2 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ volte}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ volte}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{6 \text{ volte}} = 2^6$$

La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Esempio:

$$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6 \text{ perché } (5 \cdot 5)^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5^6$$

### Potenza di una potenza con esponente negativo

La potenza di una potenza con esponente negativo è una potenza che ha per base l'inverso della base e per esponente lo stesso esponente senza segno.

$$a^{-n} = \left( \frac{1}{a} \right)^n$$

### Prodotto e quoziente di potenze con lo stesso esponente

Il prodotto di potenze con lo stesso esponente, è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il prodotto delle basi.

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

Il quoziente di potenze con lo stesso esponente, è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il quoziente delle basi.

$$a^x : b^x = (a : b)^x$$

### Operazioni inverse per esempi

$$\sqrt[3]{8} \xrightarrow{x^3=8} 2 \quad \text{estrazione di radice}$$

cerco la base noti la potenza e l'esponente

$$\log_2 8 \xrightarrow{2^x=8} 3 \quad \text{logaritmo}$$

cerco l'esponente noti la base e la potenza