

Elevamento a potenza

La notazione scientifica o esponenziale

La notazione scientifica o esponenziale è usata per esprimere in modo conciso numeri molto grandi o molto piccoli come prodotti di un coefficiente h per una potenza, positiva o negativa, di 10 ($h \cdot 10^{\pm n}$). Questo tipo di notazione, usata in fisica e chimica, consente di esprimere diverse grandezze senza utilizzare lunghe sequenze di zeri e consente di evitare ambiguità linguistiche che differenziano diversi paesi che attribuiscono alla stessa parola valori diversi (es. bilione europeo 10^9 contro 10^{12} in USA).

Per **convenzione**, il numero h deve essere costituito da una sola cifra intera seguita da uno o più decimali.

Un numero nel formato $h \cdot 10^{\pm n}$ è rappresentato nel **formato scientifico** o in **notazione esponenziale**¹.

Il numero 123.000.000 può essere rappresentato nella notazione scientifica come $1,23 \cdot 10^8$, mentre il numero 0,0123 può essere rappresentato come $1,23 \cdot 10^{-2}$.

E' questa la notazione impiegata anche dalle **calcolatrici** o dai **fogli di calcolo** per rappresentare valori che non rientrano per esteso sul visore o nelle celle.

Sono parimenti valide, ma non convenzionali, le seguenti scritte:

$$\begin{aligned} 123.000.000 &= 12,30 \cdot 10^7 \\ 123.000.000 &= 123,00 \cdot 10^6 \\ 0,0123 &= 0,123 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

Per scrivere un numero in formato scientifico si sposta la virgola a sinistra, se il numero è grande, o a destra, se il numero è piccolo, fino a trovare un numero h inferiore a 10. Il numero degli spostamenti è l'esponente $+n$ o $-n$ di 10 da utilizzare nel formato $h \cdot 10^{\pm n}$.

Per trasformare un numero dal formato scientifico nel valore decimale corrispondente si segue la regola inversa.

Esempi

12.300	=	$1,23 \cdot 10^4$	=	$1,23E+04$	=	$1,23E4$
4.500.000.000	=	$4,5 \cdot 10^9$	=	$4,5E+09$	=	$4,5E9$
0,000 67	=	$6,7 \cdot 10^{-4}$	=	$6,7E-04$	=	$6,7E-4$
0,000 000 089	=	$8,9 \cdot 10^{-8}$	=	$8,9E-08$	=	$8,9E-8$
$1,20E+03$	=	$1,2 \cdot 10^3$	=	1.200		
$3,45E+05$	=	$3,45 \cdot 10^5$	=	345.000		
$6,70E-02$	=	$6,7 \cdot 10^{-2}$	=	$0,067$		
$8,95E-04$	=	$8,95 \cdot 10^{-4}$	=	$0,000 895$		

Le **calcolatrici** tascabili hanno un apposito tasto per questa notazione (tasto [E] o [Exp], E che sta per esponente). La notazione è supportata da tutti i **fogli di calcolo** che utilizzano i codici "E-", "E+", "e-" oppure "e+".

¹ NB: $12,3 \cdot 10^3$ non è in notazione scientifica anche se $12,3 \cdot 10^3 = 1,23 \cdot 10^4$. La parola "notazione" sottende l'uso uno standard di riferimento.

Arrotondamento e troncamento

Il troncamento e l'arrotondamento sono utilizzati per approssimare la rappresentazione di un numero in formato esponenziale limitandone il numero di cifre utilizzabili per tale rappresentazione.

Numero	Troncamento (0.01)	Arrotondamento (0.01)
12.345	1,23E+04	1,23E+04
12.387	1,23E+04	1,24E+04
4.537.890.000	4,53E+09	4,54E+09
4.531.890.000	4,53E+09	4,53E+09
0,000 675 324	6,75E-04	6,75E-04
0,000 675 924	6,75E-04	6,76E-04

Ordini di grandezza

Un numero nel formato $h \cdot 10^{\pm n}$ è rappresentato nel **formato scientifico** e l'esponente n ne rappresenta l'**ordine di grandezza**.

L'ordine di grandezza è la potenza di 10 più vicina al valore del numero, potenza arrotondata per eccesso quando il valore di h supera 5.

		Ordine di grandezza
Massa del sole	$1,989 \cdot 10^{30}$ kg	10^{30} perché $1,9 < 5$
Massa della terra	$5,976 \cdot 10^{24}$ kg	10^{25} perché $5,9 > 5$
Massa della luna	$7,353 \cdot 10^{22}$ kg	10^{23} perché $7,3 > 5$

Gli ordini di grandezza si usano in genere per paragonare due quantità in maniera molto approssimativa, "a colpo d'occhio". Il fatto che due numeri differiscano per un ordine di grandezza significa che uno è circa dieci volte maggiore dell'altro.

Potenza	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
Valore	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000
Ordine di grandezza	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

Esempi di trasposizione di un valore decimale nel relativo ordine di grandezza.

725.000	è più vicino a	1.000.000	ordine di grandezza	10^6
150.000.000	è più vicino a	100.000.000	ordine di grandezza	10^8
850.000.000	è più vicino a	1.000.000.000	ordine di grandezza	10^9
0,00007	è più vicino a	0,00010	ordine di grandezza	10^{-4}
0,0000035	è più vicino a	0,000001	ordine di grandezza	10^{-6}

Virgola mobile

I linguaggi di programmazione e le calcolatrici scientifiche usano questo tipo di notazione.

I computer usano il tipo virgola mobile (**floating point**) per rappresentare numeri troppo grandi o troppo piccoli per essere rappresentati come numeri interi. Questo tipo di rappresentazione, in particolare lo standard IEEE, è il modo più comune per rappresentare un'approssimazione dei numeri reali nei computer, essendo gestiti in modo efficiente dalla maggioranza dei processori. L'ambito rappresentabile dei numeri in virgola mobile è approssimativamente compreso tra -10^{308} e $+10^{308}$ (vedi approfondimenti: IEEE 754 Standard for Floating-Point Arithmetic).

Le operazioni in virgola mobile introducono, però una serie di problemi computazionali che li rendono non sempre adatti ad un calcolo preciso (ad esempio nel calcolo in matematica finanziaria). Quando è richiesta una precisione assoluta, la rappresentazione in virgola mobile è sostituita da quella in virgola fissa.

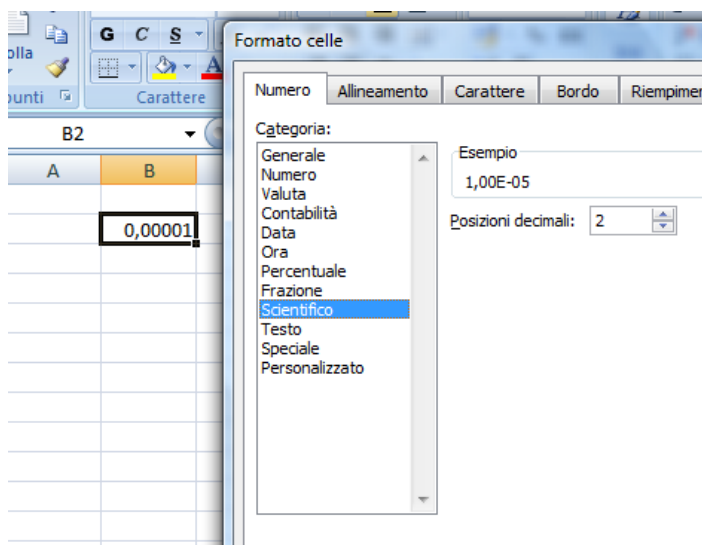
Il linguaggio di programmazione Java mette, ad esempio, a disposizione i seguenti tipi di dati per i numeri decimali.

- A **floating point**, in virgola mobile, a 32 bit, che possono contenere numeri positivi e negativi compresi tra $1.40129846432481707 \cdot 10^{-45}$ e $3.4282346638528860 \cdot 10^{30}$
- A **double**, a 64 bit, con cui è possibile lavorare su numeri positivi e negativi compresi tra $4.94065655841246544 \cdot 10^{-324}$ e $1.79769313486231570 \cdot 10^{138}$.

Il linguaggio di programmazione Visual Basic ha propri suffissi per i tipi di dato (& Long, ! Single e # Double).

Fogli di calcolo e formato celle numeriche

Il formato scientifico è disponibile anche nei fogli di calcolo e consente di visualizzare un numero in notazione esponenziale, sostituendo parte del numero con $E\pm n$, dove E (che sta per esponente) moltiplica il numero precedente per 10 alla ennesima potenza. Si può agire sul numero di cifre decimali visualizzate secondo i propri desiderata.



Prova a realizzare il foglio di calcolo con i valori riportati in questa dispensa.

Massa del sole	1.989.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000	1,99E+30	$1,989 \cdot 10^{30}$ kg
Massa della terra	5.976.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000	5,98E+27	$5,976 \cdot 10^{27}$ g = $5,976 \cdot 10^{24}$ kg
Raggio medio della Terra	6.380.000	6,38E+06	$6,38 \cdot 10^6$ m
Raggio medio della Luna	1.740.000	1,74E+06	$1,74 \cdot 10^6$ m
Distanza media sole-Terra	149.600.000	1,50E+08	$149,6 \cdot 10^6$ km = $15 \cdot 10^7$ km
Distanza media Terra-Luna	384.400	3,84E+05	$0,3844 \cdot 10^6$ km
Velocità orbitale media della Terra	29.800	2,98E+04	$2,98 \cdot 10^4$ m/s
Carica elementare	0,0000000000000000000000000016	1,60E-19	$e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Massa a riposo del protone	0,0000000000000000000000000000001673	1,67E-27	$m_p=1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg
Massa a riposo del neutrone	0,0000000000000000000000000000001675	1,67E-27	$m_n=1,6749 \cdot 10^{-27}$ kg

Limiti numerici attuali del foglio di calcolo che usi.

Excel 2003 Massimo numero positivo consentito	1,79769313486231E+308
Excel 2007 Massimo numero positivo consentito	1,7976931348623158e+308
Excel 2003 Massimo numero negativo consentito	-2,2251E-308
Excel 2003 Massimo numero scrivibile in una cella	9,9999999999999E+307

Numeri grandi e piccoli

Dati Astronomici

Massa del sole	$1,989 \cdot 10^{30}$ kg
Massa della terra	$5,976 \cdot 10^{27}$ g = $5,976 \cdot 10^{24}$ kg
Massa della luna	$7,353 \cdot 10^{22}$ kg
Raggio del sole	$6,96 \cdot 10^8$ m
Raggio medio della Terra	$6,38 \cdot 10^6$ m
Raggio medio della Luna	$1,74 \cdot 10^6$ m
Distanza media sole-Terra	$1,496 \cdot 10^8$ km = $15 \cdot 10^7$ km
Distanza media Terra-Luna	$3,844 \cdot 10^5$ km
Velocità orbitale media della Terra	$2,98 \cdot 10^4$ m/s
Distanza Alfa Centauri-Terra	$4 \cdot 10^{13}$ km
Un anno luce	$9,4608 \cdot 10^{12}$ km = $9,4608 \cdot 10^{15}$ m

Dati, costanti Fisiche e chimiche

Velocità della luce nel vuoto	$c=2,9979 \cdot 10^8$ m/s
Costante di gravitazione universale	$G=6,673 \cdot 10^{-11}$ N m ² /kg ²
Costante della legge di Coulomb	$9 \cdot 10^9$ N m ² /C ²
Numero di Avogadro	$N=6,023 \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
Costante di Plank	$h=6,63 \cdot 10^{-34}$ J s
Carica elementare	$e=1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Massa a riposo dell'elettrone	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31}$ kg
Massa a riposo del protone	$m_p=1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg
Massa a riposo del neutrone	$m_n=1,6749 \cdot 10^{-27}$ kg
La scala degli elettroni e delle particelle che compongono il nucleo degli atomi	$1 \cdot 10^{-15}$ m=1 femtometro
Raggio della prima orbita di Bohr	$r_n=5,3 \cdot 10^{-11}$ m
Lunghezza media del legame O-H nella molecola di acqua	$1 \cdot 10^{-10}$ m = 0,0000000001 m
Massa dell'elio	$6,64 \cdot 10^{-24}$ g
In un litro di elio a 0 °C e 1 atm di pressione ci sono	$2,6888 \cdot 10^{24}$ atomi

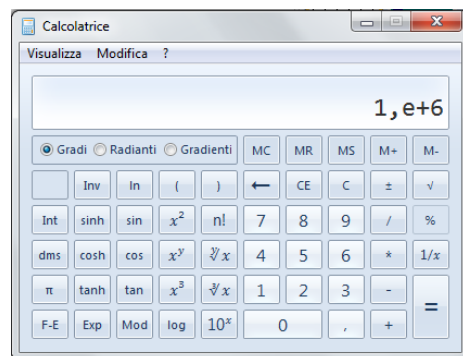
Biologia

Dimensioni di un virus	$1 \cdot 10^{-6} m = 0,000001 = 1 \text{ micrometro}$
Cellule più piccole	$1 \cdot 10^{-6} m = 0,000001 = 1 \text{ micrometro}$
Diametro di un globulo rosso	$7 \cdot 10^{-6} m = 0,000007$
Diametro dell'elica del DNA	$2 \cdot 10^{-9} m = 2 \text{ nm}$
Larghezza dell'elica alfa di una proteina	$1 \cdot 10^{-10} m$

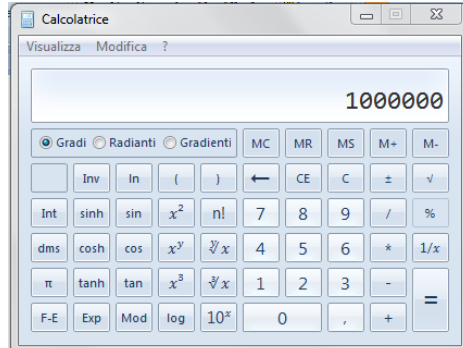
Calcolatrici

Premi sulla calcolatrice i tasti [1], [Exp] e [6].

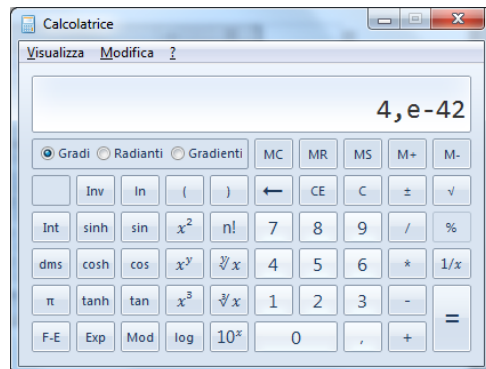
(NB: utilizza la versione “Scientifica” della calcolatrice in sul computer oppure una vera calcolatrice)








Premendo il tasto di uguale [=], si ottiene la cifra uno seguita da 6 zeri!



L'area di un quadrato che ha i lati di 0,00.000.000.000.000.000.000.2 cm è ...



Approfondimenti

 <p>WIKIPEDIA L'enciclopedia libera</p>	<p>Notazione scientifica Ordini di grandezza Arrotondamento Troncamento I numeri in virgola mobile</p>	<p>it.wikipedia.org/wiki/Notazione_scientifica it.wikipedia.org/wiki/Ordini_di_grandezza it.wikipedia.org/wiki/Ordini_di_grandezza_%28numeri%29 it.wikipedia.org/wiki/Arrotondamento it.wikipedia.org/wiki/Troncamento it.wikipedia.org/wiki/Virgola_mobile</p>
 <p>POLITECNICO DI TORINO</p>	<p>Archimede e i grandi numeri. di Federico Peiretti</p>	<p>areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/Interventi/Articoli/Archimede%20e%20i%20grandi%20numeri/Archimede.htm</p>
	<p>IEEE Standard 754 Floating Point Numbers</p>	<p>grouper.ieee.org/groups/754/ it.wikipedia.org/wiki/IEEE_754</p>
 <p>International Organization for Standardization</p>	<p>International Standard ISO 31 (Quantities and units, International Organization for Standardization, 1992) Is the most widely respected style guide for the use of units of measurement, and formulas involving them, in scientific and educational documents worldwide. In most countries, the notations used in maths and science textbooks, at schools and universities, follow exactly the guidelines given by ISO 31. International Standard ISO 1000 SI units and recommendations for the use of their multiples and of certain other units</p>	<p>www.iso.org</p>
 <p>University of Toronto Mathematics Network</p>	<p>Scientific Notation in Everyday Life. University of Toronto Mathematics Network</p>	<p>www.math.utoronto.ca/mathnet/questionCorner/</p>
	<p>index to Units & Systems of Units</p>	<p>www.sizes.com/units/</p>