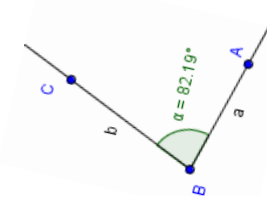


Gli angoli

Si dice **angolo** la parte di piano compresa tra due semirette aventi la stessa origine. Le due semirette sono dette **lati** dell'angolo e la loro origine è detta **vertice**.

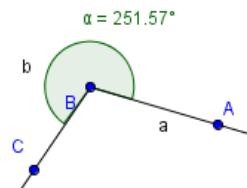
Un angolo si indica tipicamente una lettera minuscola dell'alfabeto greco o con lettere maiuscole con apposto sopra il singolo \wedge e altri modi meno usuali ($\alpha = \widehat{ABC} = \widehat{ABC} = \angle ABC = 82^\circ$)

Un angolo **convesso** NON contiene il prolungamento dei suoi lati.
E' compreso tra 0° e 180° .
 $0^\circ < \alpha < 180^\circ$



Un angolo **concavo** contiene il prolungamento dei suoi lati.

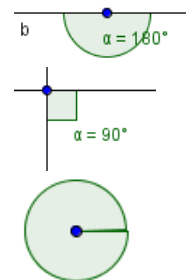
$180^\circ < \alpha < 360^\circ$



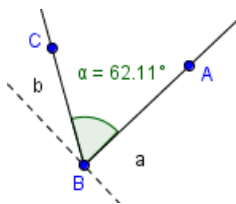
Un angolo **piatto** ha come lati due semirette opposte.

Un angolo **retto** è la metà di un angolo piatto.

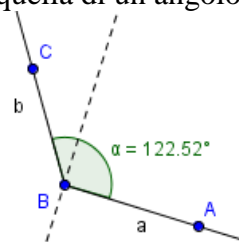
Un angolo **giro** è il doppio di un angolo piatto.



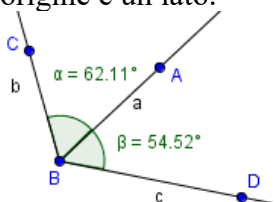
Un angolo **acuto** ha una misura minore di un angolo retto.



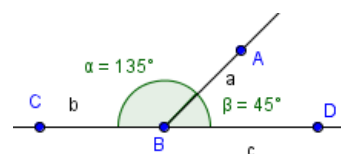
Un angolo **ottuso** ha una misura superiore a quella di un angolo retto.



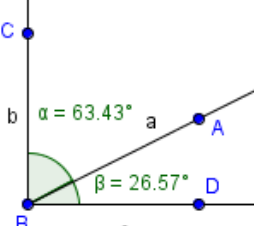
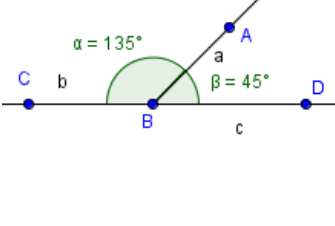
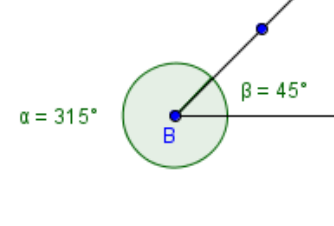
Due angoli **consecutivi** hanno in comune l'origine e un lato.



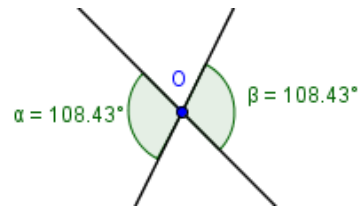
Due angoli **adiacenti** sono consecutivi e hanno i lati non adiacenti appartenenti alla stessa retta.



Angoli di complemento

<p>Due angoli sono complementari quando la loro somma è un angolo retto.</p>	<p>Due angoli sono supplementari quando la loro somma è un angolo piatto.</p>	<p>Due angoli sono esplementari quando la loro somma è un angolo giro.</p>
		

Due angoli sono **opposti al vertice** quando hanno i lati di uno sul prolungamento dei lati dell'altro.



La **bisettrice** di un angolo è la semiretta che divide l'angolo in due parti uguali. Per costruire la bisettrice di un angolo dato e di origine O utilizziamo la proprietà di cui godono tutti e solo i suoi punti, cioè di essere equidistanti dai lati dell'angolo. Puntando il compasso nell'origine O dell'angolo, con raggio a piacere, con un arco s'individuano due punti A e B sui lati dell'angolo. Tracciando due circonferenze centrate in A e in B, sempre con raggio AB, si trovano i punti d'intersezione fra le due. Si traccia infine una retta da O passante per tale intersezione, retta che è la bisettrice dell'angolo dato.

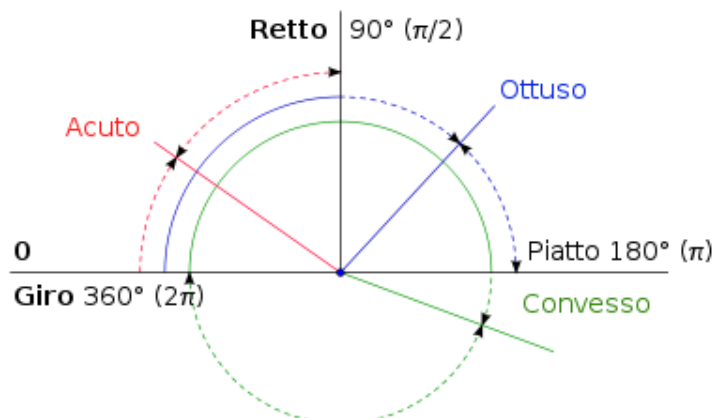
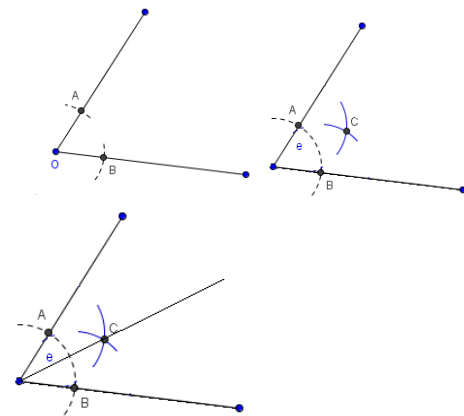
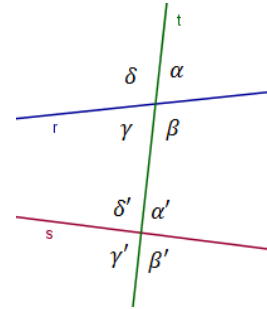


Figura tratta da Wikipedia (it.wikipedia.org/wiki/Angolo)

Angoli tagliati da una trasversale

Quando sul piano due rette qualsiasi "r" e "s" sono tagliate da un trasversale "t", si originano otto angoli ognuno dei quali è posto in relazione con quelli a esso **non contigui**.

Rispetto la trasversale t, sono definiti **coniugati** due angoli non contigui disposti sullo stesso semipiano, mentre sono considerati **alterni** due angoli non contigui situati sui due semipiani diversi.

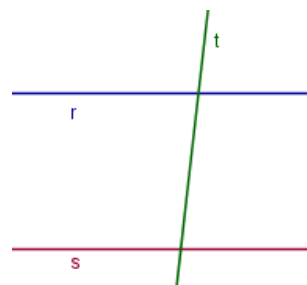


Rispetto alle rette r e s, invece sono definiti **esterni** due angoli non contigui avente in comune ai vertici solo uno dei semipiani originati dalla trasversale, mentre sono considerati **interni** due angoli non contigui aventi reciprocamente.

Sono definiti **corrispondenti** due angoli coniugati in comune ai vertici i semipiani originati dalle rette ma non reciprocamente; il che significa che solo uno degli angoli sarà contemporaneamente intersezione dei tre semi piani.

Coniugati interni	$\beta\alpha'$ $\gamma\delta'$		Coniugati esterni	$\alpha\beta'$ $\delta\gamma'$	
Alterni interni	$\beta\delta'$ $\gamma\alpha'$		Alterni esterni	$\alpha\gamma'$ $\delta\beta'$	
Corrispondenti	$\alpha\alpha'$ $\beta\beta'$ $\gamma\gamma'$ $\delta\delta'$				

Nel caso in cui le due rette "r" e "s" siano parallele, gli angoli corrispondenti e gli angoli alterni saranno congruenti. Gli angoli coniugati saranno invece supplementari (somma pari a un angolo piatto).



Misura

L'unità di misura prescelta per l'ampiezza degli angoli è il **grado (sessagesimale)**, pari alla novantesima parte dell'angolo retto (*deg*), il radiante (*rad*) e talora in gradiante (*grad*).

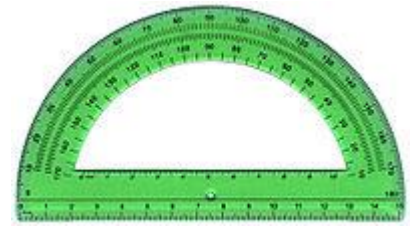
Il simbolo utilizzato per il grado sessagesimale è ° e il sistema risale, secondo alcuni autori, ai babilonesi che usavano la base 60 e l'anno di 360 giorni (12 mesi da 60 giorni ciascuno).

I sotto multipli del grado sono il **primo** ($1^\circ = 60'$) e il **secondo** ($1' = 60''$).

I decimi di secondo e così via sono pure usati secondo la scala decimale. In questo caso la scala è detta più propriamente **sessadecimale**.

La notazione usata, quindi, **NON è decimale** e come per la misura del tempo, convergono in uno stesso numero elementi diversi.

Lo strumento usato per la misura degli angoli è il **goniometro**, noto anche con il nome di rapportatore.



Tratta da [Wikipedia](#)

Un'altra unità di misura usata per l'ampiezza degli angoli è il **grado centesimale**, pari alla centesima parte dell'angolo retto. Il simbolo utilizzato per il grado centesimale è ^g.

Per semplificare i calcoli si utilizza come unità di misura nella scuola superiore il **radiante**. Il radiante è la misura dell'angolo al centro che sottende un arco di lunghezza uguale al raggio.

Il simbolo utilizzato per il radiante è *rad*.

Si passa dalle misure sessagesimali a quella in radianti usando un semplice proporzione.

$$\alpha^\circ : \alpha_{rad} = 360^\circ : 2\pi$$

	<i>Sessagesimale</i>	<i>Centesimale</i>	<i>Radianti</i>
Simbolo	°	^g	<i>rad</i>
Angolo Retto	90°	100 ^g	$\pi/2 \text{ rad}$
Angolo Piatto	180°	200 ^g	$\pi \text{ rad}$
Angolo Giro	360°	400 ^g	$2\pi \text{ rad}$

Una misura sessagesimale in forma complessa può essere trasformata in **forma normale ridotta** pesando opportunamente in secondi, l'unità più piccola, i gradi (x3600) e i primi (x60).

Per procedere in modo inverso si eseguono divisioni successive.

Esempi

$$30^\circ 12' 2'' = (30 \times 3600 + 12 \times 60 + 2)'' = (108000 + 720 + 2)'' = 108722''$$

$$46^\circ 23'' = (46 \times 3600 + 0 \times 60 + 23)'' = (165600 + 0 + 23)'' = 165623''$$

$$21' 13'' = (0 \times 3600 + 21 \times 60 + 13)'' = (0 + 1260 + 13)'' = 1273''$$

$$23^\circ 11' = (23 \times 3600 + 0 \times 60 + 11)'' = (82800 + 0 + 11)'' = 82811''$$

$$108722'' : 60 = 1812' : 60 = \mathbf{30^\circ}$$

2'' 12'

$$165623'' : 60 = 2760' : 60 = \mathbf{46^\circ}$$

23'' 0'

Esecuzione di calcoli

Il calcolo con le misure sessagesimali e sessadecimali lascia ad un primo approccio perplessi.

Operando sull'estetica dell'operazione e pensando ai gradi come ore (h), ai primi come fossero minuti (m) e ai secondi come fossero quelli utilizzati per il tempo si riesce ad operare nello stesso modo e ci si trova in un ambiente più familiare.

Trovi su UbiMath diversi esercizi, tutti risolti, con cui misurarti.

Addizione

$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 12' \quad 32'' \quad + \\ 12^\circ \quad 10' \quad 42'' \quad = \\ \hline 35^\circ \quad 22' \quad 74'' \\ \quad +1' \quad -60'' \end{array}$$

riportando alla forma normale si ha

$$35^\circ \quad 23' \quad 14''$$

$$\begin{array}{r} 23^h \quad 12^m \quad 32^s \quad - \\ 12^h \quad 10^m \quad 42^s \quad = \\ \hline 35^h \quad 22^m \quad 74^s \\ \quad +1^m \quad -60^s \end{array}$$

riportando alla forma normale si ha

$$35^h \quad 23^m \quad 14^s$$

Sottrazione

$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 12' \quad 32'' \quad - \\ 12^\circ \quad 10' \quad 42'' \quad = \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 12' \quad 32'' \\ \quad -1' \quad +60'' \end{array}$$

prestito di 1' pari a 60''

$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 11' \quad 92'' \quad - \\ 12^\circ \quad 10' \quad 42'' \quad = \\ \hline 11^\circ \quad 01' \quad 50'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23^h \quad 12^m \quad 32^s \quad - \\ 12^h \quad 10^m \quad 42^s \quad = \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23^h \quad 12^m \quad 32^s \\ \quad -1^m \quad +60^s \end{array}$$

prestito di 1^m pari a 60^s

$$\begin{array}{r} 23^h \quad 11^m \quad 92^s \quad - \\ 12^h \quad 10^m \quad 42^s \quad = \\ \hline 11^h \quad 01^m \quad 50^s \end{array}$$

Moltiplicazione

$$\begin{array}{r} 23^\circ \quad 12' \quad 32'' \quad \times \\ \quad 2 \quad = \\ \hline 46^\circ \quad 24' \quad 64'' \\ \quad +1' \quad -60'' \end{array}$$

riportando alla forma normale si ha

$$46^\circ \quad 25' \quad 4''$$

Divisione

$$23^\circ \quad 13' \quad 32'' : 2 = 11^\circ \quad 36' \quad 46''$$

$$1^\circ = \frac{60'}{73'}$$

$$1' = \frac{60''}{92''}$$

0'' resto