

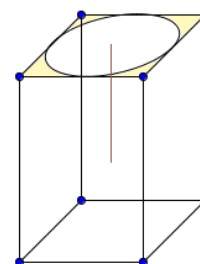
## Raccolta di problemi riassuntivi di geometria solida

- 
- 1.** Un parallelepipedo a base quadrata ha lo spigolo di base di 30 cm, l'altezza di 45 cm e presenta una cavità conica con la base inscritta in una base del parallelepipedo. Sapendo che il volume del solido è  $35.790 \text{ cm}^3$ , determina l'altezza del cono e l'area totale del solido.
  - 2.** Un portacandele ha la forma di parallelepipedo a base quadrata. Al centro della faccia superiore è scavata una cavità cilindrica del diametro 8 cm. Sapendo che lo spigolo di base misura 10 cm, che l'altezza del solido è di 30 cm e l'altezza del cilindro scavato è di 25 cm, calcola il volume del solido e il volume della cera che può contenere la cavità. Realizzando il solido in bronzo 14% (ps  $8,9 \text{ g/cm}^3$ ) quando peserebbe il solido?
  - 3.** Un prisma quadrangolare regolare presenta una cavità a forma di piramide, essa pure quadrangolare regolare; l'apotema della piramide misura 13 cm e lo spigolo di base 10 cm mentre l'altezza del prisma è di 80 cm e il suo spigolo di base misura 24 cm. Calcola la misura dell'area della superficie totale del solido cavo, la misura del volume del solido e il suo peso sapendolo realizzato in bronzo 14% (ps  $8,9 \text{ g/cm}^3$ ).
  - 4.** Un solido ha la forma di una piramide quadrangolare regolare. La piramide data ha una superficie laterale di  $544 \text{ cm}^2$ , l'apotema di 17 cm e presenta al centro della base una cavità a forma di cubo il cui spigolo misura 8 cm. Calcola l'area della superficie del solido, il suo volume e il peso sapendo che l'oggetto è stato realizzato in bronzo 14% (ps  $8,9 \text{ g/cm}^3$ ).
  - 5.** Un cubo è sormontato da una piramide retta a base quadrangolare coincidente con una faccia del cubo. Il solido ha un'altezza complessiva di 50 cm e lo spigolo del cubo misura 15 cm. Calcola il volume del solido e il suo peso sapendolo fatto di cristallo (ps 3,5).
  - 6.** Un cilindro è sormontato da un cono retto con la base coincidente con una base del cilindro. Il solido ha un'altezza complessiva di 42 cm, il cono è alto 24 cm e il suo raggio di base misura 10 cm. Calcola la misura del superficie totale, il volume del solido e il suo peso sapendolo fatto di cristallo (ps 3,5).
  - 7.** Un triangolo rettangolo, con i cateti di 3 cm e 4 cm, ruota attorno all'ipotenusa. Calcola la misura del superficie totale, il volume del solido così ottenuto e il suo peso sapendolo fatto di cristallo (ps 3,5).
  - 8.** Un cubo, con uno spigolo 40 cm, è sormontato da un cono retto con la base inscritta nella faccia superiore del cubo. Sapendo che l'apotema del cono misura 29 cm, calcola la suoperficie totale e il volume del solido.
  - 9.** Una piramide regolare quadrangolare e un prisma a base quadrata hanno la stessa superficie laterale. Il prisma ha il volume di  $2025 \text{ cm}^3$  e l'altezza di 9 cm. La piramide ha la superficie totale di totale di  $864 \text{ cm}^2$ . Trova lo spigolo di base e la superficie totale del prisma e l'altezza e il volume della piramide.

## Soluzioni

Un parallelepipedo a base quadrata ha lo spigolo di base di 30 cm, l'altezza di 45 cm e presenta una cavità conica con la base inscritta in una base del parallelepipedo. Sapendo che il volume del solido è  $35.790 \text{ cm}^3$ , determina l'altezza del cono e l'area totale del solido.

base quadrata  
 $l_{base} = 30 \text{ cm}$   
 $h = 45 \text{ cm}$   
 $V = 27000 \text{ cm}^3$   
 $ps = 2,6 \text{ g/cm}^3$   
 $St = ?$   
 $P = ?$



$$S_{facciaaterale} = l \cdot h = 30 \cdot 45 = 1350 \text{ cm}^2$$

$$S_{laterale} = 4S_{faterale} = 4 \cdot 1350 = 5400 \text{ cm}^2$$

$$S_{b_{quadrato}} = l^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2$$

$$S_{b_c} = S_{b_{cono}} = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 225\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{parall} = S_b \cdot h = 900 \cdot 45 = 40500 \text{ cm}^3$$

$$V_{cono} = V_{solido} - V_{parall} = 40500 - 35790 = 4710 \text{ cm}^3$$

$$V_{cono} = \frac{S_{b_c} h}{3} \rightarrow h_{cono} = \frac{3 \cdot V_c}{S_{b_c}} = \frac{3 \cdot 4710}{225\pi} = \frac{4710}{75\pi} = \frac{314}{5\pi} = 20 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

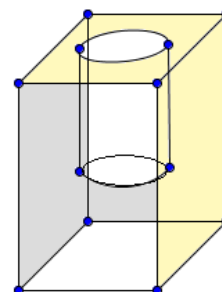
$$S_{l_c} = S_{l_{cono}} = \pi r a = 15 \cdot 25 \cdot \pi = 375\pi \text{ cm}^2$$

$$St = 2S_{b_{quadrato}} + S_{laterale} - S_{b_{cono}} + S_{l_{cono}}$$

$$St = 2 \cdot 900 + 5400 - 225\pi + 375\pi = (7200 + 155\pi) \text{ cm}^2$$

Un portacandele ha la forma di parallelepipedo a base quadrata. Al centro della faccia superiore è scavata una cavità cilindrica del diametro 8 cm. Sapendo che lo spigolo di base misura 10 cm, che l'altezza del solido è di 30 cm e l'altezza del cilindro scavato è di 25 cm calcola il volume del solido e il volume della cera che può contenere la cavità. Realizzando il solido in bronzo 14% ( $ps \ 8,9 \text{ g/cm}^3$ ) quando peserebbe il solido?

base quadrata  
 $l_{base} = 8 \text{ cm}$   
 $h_{parall} = 30 \text{ cm}$   
 $d_{cilindro} = 10 \text{ cm}$   
 $h_{cilindro} = 25 \text{ cm}$   
 $ps = 8,9 \text{ g/cm}^3$   
 $V_{solido} = ?$   
 $P = ?$



$$S_{b_{cilindro}} = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{cilindro} = S_b \cdot h = 16\pi \cdot 25 = 400\pi \text{ cm}^3 \cong 1256 \text{ cm}^3$$

$$S_{base} = l^2 = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$V_{parall} = S_b \cdot h = 100 \cdot 30 = 3000 \text{ cm}^3$$

$$V_{solido} = V_{parall} - V_{cilindro} = 3000 - 1256 = 1744 \text{ cm}^3$$

$$P_{solido} = V_{solido} \cdot ps = 1744 \cdot 8,9 = 15521,6 \text{ g}$$

Un prisma quadrangolare regolare presenta una cavità a forma di piramide, essa pure quadrangolare regolare; l'apotema della piramide misura 13 cm e lo spigolo di base 10 cm mentre l'altezza del prisma è di 80 cm e il suo spigolo di base misura 24 cm. Calcola la misura dell'area della superficie totale del solido cavo, la misura del volume del solido e il suo peso sapendolo realizzato in bronzo 14% (ps 8,9 g/cm<sup>3</sup>).

base quadrata  
 $l_{base} = 24 \text{ cm}$   
 $h_{prisma} = 80 \text{ cm}$   
 $l_{piramide} = 10 \text{ cm}$   
 $a_{piramide} = 13 \text{ cm}$   
 $ps = 8,9 \text{ g/cm}^3$   
 $St_{solido} = ?$   
 $V_{solido} = ?$   
 $P_{solido} = ?$

$$S_{base \text{ piramide}} = l * l = 10 * 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$S_{laterale \text{ piramide}} = \frac{2p * a}{2} = \frac{4l * a}{2} = \frac{4 * 10 * 13}{2} = \frac{520}{2} = 260 \text{ cm}^2$$

$$h_{piramide} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$S_{base \text{ prisma}} = l * l = 24 * 24 = 576 \text{ cm}^2$$

$$2p_{prisma} = l * 4 = 24 * 4 = 96 \text{ cm}$$

$$S_{laterale \text{ prisma}} = 2p * h = 96 * 80 = 7680 \text{ cm}^2$$

$$S_{totale \text{ prisma}} = (Sb * 2) + Sl = 1152 + 7680 = 8832 \text{ cm}^2$$

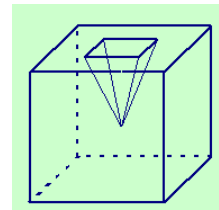
$$S_{totale} = (St_{prisma} - Sb_{piramide}) + Sl_{piramide} = (8832 - 100) + 260 = 8732 + 260 = 8992 \text{ cm}^2$$

$$V_{prisma} = Sb * h = 576 * 80 = 46080 \text{ cm}^3$$

$$V_{piramide} = \frac{Sb * h}{3} = \frac{100 * 12}{3} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ cm}^3 \text{ (incavo)}$$

$$\text{Volume} = V_{prisma} - V_{piramide} = 46080 - 400 = \mathbf{45680 \text{ cm}^3}$$

$$\text{Peso del solido} = \text{Volume} * ps = 45680 * 8,9 = \mathbf{406552 \text{ g}}$$



Un solido ha la forma di una piramide quadrangolare regolare. La piramide data ha una superficie laterale di  $544 \text{ cm}^2$ , l'apotema di  $17 \text{ cm}$  e presenta al centro della base una cavità a forma di cubo il cui spigolo misura  $8 \text{ cm}$ . Calcola l'area della superficie del solido, il suo volume e il peso sapendo che l'oggetto è stato realizzato in vetro ( $\rho = 2,5 \text{ g/cm}^3$ ).

$$l_{b_{piramide}} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} S_l}{a} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 544}{17} = \frac{272}{17} = 16 \text{ cm}$$

$h_{piramide} =$

$$\sqrt{a^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$S_{b_{piramide}} = l^2 = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$$

$$S_{f_{cubo}} = l^2 = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$S_t = S_{b_{piramide}} + S_{l_{piramide}} + 5 \cdot S_{f_{cubo}}$$

$$S_t = 256 + 544 + 5 \cdot 64 = 1120 \text{ cm}^2$$

$$V_{cubo} = s^3 = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$$

$$V_{piramide} = \frac{S_b \cdot h}{3} = \frac{256 \cdot 15}{3} = 256 \cdot 5 = 1280 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{piramide} - V_{cubo} = 1280 - 512 = 768 \text{ cm}^3$$

$$P = V \cdot \rho = 768 \cdot 2,5 = 1920 \text{ g} = 1,92 \text{ kg}$$

Un cubo è sormontato da una piramide retta a base quadrangolare coincidente con una faccia del cubo. Il solido ha un'altezza complessiva di  $50 \text{ cm}$  e lo spigolo del cubo misura  $15 \text{ cm}$ . Calcola il volume del solido e il suo peso sapendolo fatto di cristallo ( $\rho = 3,5$ ).

Cubo sormontato da una piramide retta a base quadrangolare coincidente con una faccia del cubo

$$h_t = 50 \text{ cm}$$

$$l_{cubo} = 15 \text{ cm}$$

$$V = ?$$

$$S_{f_{cubo}} = 15^2 = 225 \text{ cm}^2$$

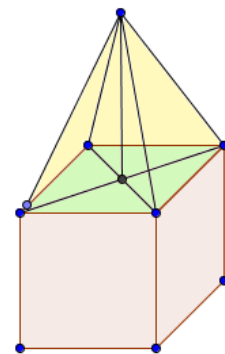
$$V_{cubo} = s^3 = 15^3 = 3375 \text{ cm}^3$$

$$h_{piramide} = h_t - l_{cubo} = 50 - 15 = 35 \text{ cm}$$

$$V_{piramide} = \frac{S_b \cdot h}{3} = \frac{225 \cdot 35}{3} = \frac{75 \cdot 35}{1} = 2625 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{cubo} + V_{piramide} = 3375 + 2625 = 6000 \text{ cm}^3$$

$$P = V \cdot \rho = 6000 \cdot 3,5 = 21000 \text{ g} = 21 \text{ kg}$$



Un cilindro è sormontato da un cono retto con la base coincidente con una base del cilindro. Il solido ha un'altezza complessiva di 42 cm, il cono è alto 24 cm e il suo raggio di base misura 10 cm. Calcola la misura del superficie totale, il volume del solido e il suo peso sapendolo fatto di cristallo (ps 3,5).

Cilindro sormontato da un cono che ha una base coincidente con una base del cilindro

$$ht = 42 \text{ cm}$$

$$l_{cono} = 24 \text{ cm}$$

$$V = ?$$

$$h_{cilindro} = 42 - 24 = 18 \text{ cm}$$

$$S_{base} = \pi 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$C_{base} = 2\pi r = 2 \cdot 10 = 20\pi \text{ cm}$$

Cilindro

$$S_{lateraleCil} = C_{base} \cdot h = 20\pi \cdot 18 = 360\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{cilindro} = S_b \cdot h_{cilindro} = 100\pi \cdot 18 = 1800\pi \text{ cm}^3$$

Cono

$$a = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{576 + 100} = 26 \text{ cm}$$

$$S_{lateraleCono} = \frac{C_{base} \cdot a}{2} = \frac{20\pi \cdot 26}{2} = 260\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{cono} = \frac{S_b \cdot h_{cono}}{3} = \frac{100\pi \cdot 24}{3} = 800\pi \text{ cm}^3$$

$$S_t = S_{base} + S_{l_{cil}} + S_{l_{cono}} = 100\pi + 360\pi + 260\pi = 720\pi \text{ cm}^2$$

$$V = V_{cilindro} + V_{cono} = 1800\pi + 800\pi = 2600\pi \text{ cm}^3$$

$$P = V \cdot ps = 2600\pi \cdot 3,5 = 9100\pi \text{ g} = 9,1\pi \text{ kg}$$

-----

Un triangolo rettangolo, con i cateti di 3 cm e 4 cm, ruota attorno all'ipotenusa. Calcola la misura della superficie totale, il volume del solido e il suo peso sapendolo fatto di cristallo (ps 3,5).

Due cilindri sovrapposti

$$c_1 = 3 \text{ cm}$$

$$c_2 = 4 \text{ cm}$$

$$V = ?; St = ?; \text{Peso} = ? \text{ (ps 3,5)}$$

$$S_{\text{triangolo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$i = \text{ipotenusa}_{\text{triangolo}} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ cm}$$

$$h_{\text{rel\_ipotenusa}} = r = \frac{2 \cdot S_{\text{triangolo}}}{i} = \frac{2 \cdot 6}{5} = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ cm}$$

$$S_{\text{base}} = \pi r^2 = 2,4^2 \pi = 5,76 \pi \text{ cm}^2$$

$$C_{\text{base}} = 2\pi r = 2 \cdot 2,4 = 4,8 \pi \text{ cm}$$

$$h_{\text{cono 1}} = \sqrt{a_1^2 - h^2} = \sqrt{3^2 - 2,4^2} = \sqrt{9 - 5,76} = \sqrt{3,24} = 1,8 \text{ cm}$$

$$h_{\text{cono 2}} = i - h_{\text{cono 1}} = 5 - 1,8 = 3,2 \text{ cm}$$

$$S_{\text{lateraleCono 1}} = \frac{C_{\text{base}} \cdot a}{2} = \frac{4,8 \pi \cdot 4}{2} = 9,6 \pi \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{lateraleCono 2}} = \frac{C_{\text{base}} \cdot a}{2} = \frac{4,8 \pi \cdot 3}{2} = 7,2 \pi \text{ cm}^2$$

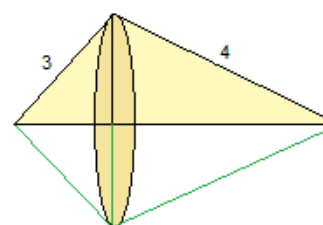
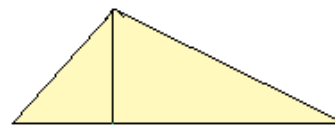
$$S_t = S_{\text{lateraleCono 1}} + S_{\text{lateraleCono 2}} = 9,6 \pi + 7,2 \pi = 16,8 \pi \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{cono 1}} = \frac{S_b \cdot h_{\text{cono}}}{3} = \frac{5,76 \pi \cdot 1,8}{3} = 3,456 \pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cono 2}} = \frac{S_b \cdot h_{\text{cono}}}{3} = \frac{5,76 \pi \cdot 3,2}{3} = 6,144 \pi \text{ cm}^3$$

$$V = V_{\text{cono 1}} + V_{\text{cono 2}} = 3,456 \pi + 6,144 \pi = 9,6 \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Peso} = V \cdot ps = 9,6 \pi \cdot 3,5 = 33,6 \pi \text{ g}$$



Un cubo, con uno spigolo 40 cm, è sormontato da un cono retto con la base inscritta nella faccia superiore del cubo. Sapendo che l'apotema del cono misura 29 cm, calcola la superficie totale e il volume del solido.

Cubo sormontato da un cono retto con base inscritta nella faccia superiore del cubo.

$$a = 29 \text{ cm}$$

$$l_{\text{cubo}} = 40 \text{ cm}$$

$$St = ?; V = ?$$

Cubo

$$Sf_{\text{cubo}} = s^2 = 40^2 = 1600 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{cubo}} = s^3 = 40^3 = 64000 \text{ cm}^3$$

Cono

$$r = \frac{s}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

$$h_{\text{cono}} = \sqrt{a^2 - s^2} = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{841 - 400} = \sqrt{441} = 21 \text{ cm}$$

$$S_{\text{base}} = \pi r^2 = 20^2 \pi = 400 \pi \text{ cm}^2$$

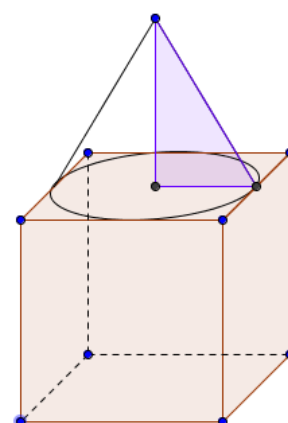
$$C_{\text{base}} = 2\pi r = 2 \cdot 20 \pi = 40 \pi \text{ cm}$$

$$S_{\text{lateraleCono}} = \frac{C_{\text{base}} \cdot a}{2} = \frac{40 \pi \cdot 29}{2} = 20 \pi \cdot 29 = 580 \pi \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{S_b \cdot h}{3} = \frac{400 \pi \cdot 21}{3} = \frac{400 \pi \cdot 7}{1} = 2800 \pi \text{ cm}^3$$

$$V = V_{\text{cubo}} + V_{\text{cono}} = (64000 + 2800 \pi) \text{ cm}^3$$

$$St = Sf \cdot 6 - S_{b_{\text{cono}}} + S_{l_{\text{cono}}} = 9600 - 400 \pi + 580 \pi = (9600 + 180 \pi) \text{ cm}^2$$



Una piramide regolare quadrangolare e un prisma a base quadrata hanno la stessa superficie laterale. Il prisma ha il volume di  $2025 \text{ cm}^3$  e l'altezza di  $9 \text{ cm}$ . La piramide ha la superficie totale di  $864 \text{ cm}^2$ . Trova lo spigolo di base e la superficie totale del prisma e l'altezza e il volume della piramide.

Due cilindri sovrapposti

$$V_{prisma} = 2025 \text{ cm}^3$$

$$h_{prisma} = 9 \text{ cm},$$

$$ST_{piramide} = 864 \text{ cm}^2$$

### Prisma

$$Sb_{prisma} = \frac{V}{h} = \frac{2025}{9} = 225 \text{ cm}^2$$

$$l_{base} = \sqrt{Sb} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$Sl_{prisma} = Sl_{piramide} = 15 \cdot 4 \cdot 9 = 540 \text{ cm}^2$$

$$St_{prisma} = 2Sb + Sl = 225 \cdot 2 + 540 = 990 \text{ cm}^2$$

### Piramide

$$Sl_{piramide} = 540 \text{ cm}^2$$

$$Sb_{piramide} = St - Sl = 864 - 540 = 324 \text{ cm}^2$$

$$l_{base} = \sqrt{S_{base}} = \sqrt{324} = 18 \text{ cm}$$


$$p_{base} = \frac{4l}{2} = 2l = 2 \cdot 18 = 36 \text{ cm}$$



$$a = \frac{Sl}{p_{base}} = \frac{540}{36} = \frac{270}{18} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$


$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$


$$V = \frac{S_b \cdot h}{3} = \frac{324 \cdot 12}{3} = 324 \cdot 4 = 1296 \text{ cm}^3$$


## Keywords

 Geometria, geometria solida, geometria 3D, prismi, prisma, parallelepipedo, poliedri, piramidi, piramide, cono, cilindro, volume, superficie totale, superficie laterale, problemi di geometria con soluzioni, *Matematica, esercizi con soluzioni*.

  Geometry, 3D, Prism, Parallelepiped, Pyramid, Cone, Cylinder, Polyhedron, Volume, Volumes, Geometry Problems with solution, *Math*.

 Geometría, 3D, Volumen, Prisma, Cono, Cilindro, Paralelepípedo, Pirámide, Poliedro, perímetro, *Matemática*.

 Géométrie, 3D, Volume, Prisme, Cône, Cylindre, Parallélépipède, Pyramide, Polyèdre, périmètres, *Mathématique*.

 Geometrie, 3D, Volum, Prisma, Prismen, Kegel, Zylinder, Parallelepiped, Pyramide, *Mathematik*.