

Problemi di geometria solida con soluzione – Rotazione trapezio isoscele

1.

In un trapezio isoscele la base maggiore è 60 cm, la minore è la metà della maggiore e l'altezza è $\frac{2}{3}$ della base minore. Determina:

- il perimetro del trapezio e l'area del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $7,8 \text{ g/cm}^3$.

Soluzione

2.

Un trapezio isoscele ha l'area di 900 cm^2 , l'altezza di 20 cm e la base maggiore è doppia dell'altra. Determina:

- il perimetro del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $7,8 \text{ g/cm}^3$.

Soluzione

3.

In un trapezio isoscele l'altezza misura 24 cm; la base minore e la maggiore sono rispettivamente $\frac{7}{12}$ e $\frac{25}{12}$ dell'altezza. Determina:

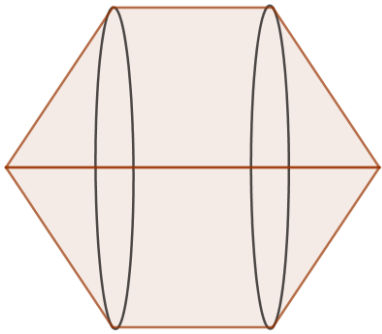
- il perimetro del trapezio e l'area del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di 6 g/cm^3 .

Soluzione

Soluzioni

In un trapezio isoscele la base maggiore è 60 cm, la minore è la metà della maggiore e l'altezza è $\frac{2}{3}$ della base minore. Determina:

- il perimetro del trapezio e l'area del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $7,8 \text{ g/cm}^3$.

<p>TRAPEZIO</p> $b_2 = \frac{b_1}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$ $h = b \cdot \frac{2}{3} = 30 \cdot \frac{2}{3} = 20 \text{ cm}$ $l = a = \sqrt{20^2 + \left(\frac{60 - 30}{2}\right)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625}$ $= 25 \text{ cm}$ $A = \frac{60 + 30}{2} \cdot 20 = \mathbf{900 \text{ cm}^2}$ $2p = b_1 + b_2 + 2 \cdot l = 60 + 30 + 2 \cdot 25 = \mathbf{140 \text{ cm}}$	
--	--

SOLIDO

$$Al(\text{cilindro}) = 2\pi 20 \cdot 30 = 1200\pi \text{ cm}^2$$

$$Al(\text{cono}) = \frac{2\pi 20 \cdot 25}{2} = 500\pi \text{ cm}^2$$

$$At = Al(\text{cilindro}) + 2 \cdot Al(\text{cono}) = 1200\pi + 2 \cdot 500\pi = \mathbf{2200\pi \text{ cm}^2}$$

$$Ab(\text{cono}) = Ab(\text{cilindro}) = \pi r^2 = 400\pi \text{ cm}^2$$

$$h(\text{cono}) = \left(\frac{60 - 30}{2}\right) = 15 \text{ cm}$$

$$Vt = V(\text{cilindro}) + 2V(\text{cono}) = Ab(\text{Cilindro}) \cdot h(\text{Cilindro}) + \frac{2 \cdot Ab(\text{Cono}) \cdot h(\text{Cono})}{3}$$

$$Vt = 400\pi \cdot 30 + 2 \cdot \frac{400\pi \cdot 15}{3} = 12000\pi + 2 \cdot 2000\pi = \mathbf{16\ 000\pi \text{ cm}^3}$$

$$\text{massa} = Vt \cdot \text{densità} = 16\ 000\pi \cdot 7,8 = 124\ 800\pi = 391\ 872 \text{ g} \approx \mathbf{391,87 \text{ kg}}$$

Un trapezio isoscele ha l'area di 900 cm^2 , l'altezza di 20 cm e la base maggiore è doppia dell'altra. Determina:

- il perimetro del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $7,8 \text{ g/cm}^3$.

TRAPEZIO

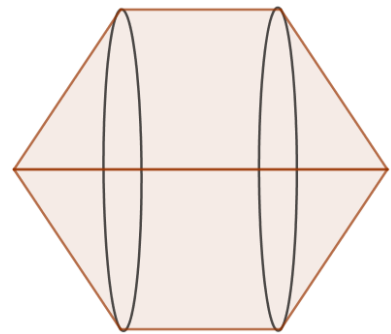
$$b_1 + b_2 = \frac{2 \cdot A}{h} = \frac{2 \cdot 900}{20} = 90 \text{ cm}$$

$$b_1 = \frac{90}{2+1} \cdot 2 = 60 \text{ cm}$$

$$b_2 = \frac{90}{3} = 30 \text{ cm}$$

$$l = a = \sqrt{20^2 + \left(\frac{60-30}{2}\right)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} \\ = 25 \text{ cm}$$

$$2p = B + b + 2l = 60 + 30 + 2 \cdot 25 = \mathbf{140 \text{ cm}}$$



SOLIDO

$$At = Al(\text{cilindro}) + 2 \cdot Al(\text{cono})$$

$$At = 2\pi \cdot 20 \cdot 30 + 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 25 = 1200\pi + 2 \cdot 500\pi = \mathbf{2200\pi \text{ cm}^2}$$

$$Vt = V(\text{cilindro}) + 2 \cdot V(\text{cono})$$

$$Vt = 400\pi \cdot 30 + 2 \cdot \frac{400\pi \left(\frac{60-30}{2}\right)}{3} = 12000\pi + 2 \cdot 2000\pi = \mathbf{16000\pi \text{ cm}^3}$$

$$\text{massa} = Vt \cdot \text{densità} = 16000\pi \cdot 7,8 = 124\,800\pi = 391872 \text{ g} \approx \mathbf{391,87 \text{ kg}}$$

In un trapezio isoscele l'altezza misura 24 cm, la base minore e la maggiore sono rispettivamente i $\frac{7}{12}$ e i $\frac{25}{12}$ dell'altezza. Determina:

- il perimetro del trapezio e l'area del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base minore e il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di 6 g/cm^3 .

<p>TRAPEZIO</p> $b_2 = \frac{7}{12} \cdot 24 = 14 \text{ cm}$ $b_1 = \frac{25}{12} \cdot 24 = 50 \text{ cm}$	
--	---

$$l = a = \sqrt{24^2 + \left(\frac{50-14}{2}\right)^2} = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{576 + 324} = \sqrt{900} = 30 \text{ cm}$$

$$2p = b_1 + b_2 + 2 \cdot l = 50 + 14 + 2 \cdot 30 = \mathbf{124 \text{ cm}}$$

$$A = \frac{(50 + 14) \cdot 24}{2} = \mathbf{768 \text{ cm}^2}$$

SOLIDO

$$Al(\text{cilindro}) = 2\pi \cdot 24 \cdot 50 = 2400\pi \text{ cm}^2$$

$$Al(\text{cono}) = \frac{2\pi \cdot 24 \cdot 30}{2} = 720\pi \text{ cm}^2$$

$$At = Al(\text{cilindro}) + 2 \cdot Al(\text{cono}) = 2400\pi + 2 \cdot 720\pi = \mathbf{3840\pi \text{ cm}^2}$$

$$Ab(\text{cono}) = Ab(\text{cilindro}) = \pi r^2 = 576\pi \text{ cm}^2$$

$$h(\text{cono}) = \left(\frac{50 - 14}{2}\right) = 18 \text{ cm}$$

$$Vt = V(\text{cilindro}) + 2V(\text{cono}) = Ab(\text{Cilindro}) \cdot h(\text{Cilindro}) + \frac{2 \cdot Ab(\text{Cono}) \cdot h(\text{Cono})}{3}$$

$$Vt = 576\pi \cdot 50 + 2 \cdot \frac{576\pi \cdot 18}{3} = 28\,800\pi + 2 \cdot 3456\pi = \mathbf{21\,888\pi \text{ cm}^3}$$

$$\text{massa} = Vt \cdot \text{densità} = 21\,888\pi \cdot 6 = 131\,328\pi \text{ g} \approx \mathbf{412,37 \text{ kg}}$$

Altri problemi

4.

Un trapezio isoscele ha l'area di 300 cm^2 , l'altezza di 12 cm e la base uguale ai $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Determina:

- il perimetro del trapezio;
- l'area della superficie totale del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore;
- il volume del solido ottenuto;
- la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $7,5 \text{ g/cm}^3$.

5.

La misura del perimetro di un trapezio è 42 cm ; il lato obliquo è 10 cm e la differenza delle basi è 6 cm . Calcola l'area del trapezio, l'area totale ed il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa del trapezio attorno alla base maggiore.

6.

Si consideri un trapezio isoscele la cui base maggiore misura 84 cm , la base minore è $\frac{13}{21}$ della maggiore e l'altezza è di 30 cm . Determinate i seguenti valori.

- a) Perimetro e area del trapezio.
- b) L'area totale e il volume del solido che si ottiene facendo ruotare di 360° il trapezio attorno alla base maggiore.
- c) la massa del solido, espressa in kg, supposto costituito di un materiale che ha una densità di $0,50 \text{ g/cm}^3$ (esprimete la massa in kg trascurando alla fine le cifre decimali).
- d) Usando la massa così approssimata, se questo solido viene attaccato a 3 m dal fulcro di una leva di primo genere (la cui struttura è di peso trascurabile), quale massa dovrà essere attaccata dall'altra parte del fulcro a 2 m di distanza da questo perché la leva sia in equilibrio?