Retta

Fissato un sistema di assi cartesiani ortogonali xOy, una qualsiasi retta r è un luogo geometrico definito da un'equazione lineare di primo grado, nelle variabili x e y.

L'asse delle **ascisse** è il luogo dei punti del piano aventi ordinata nulla.

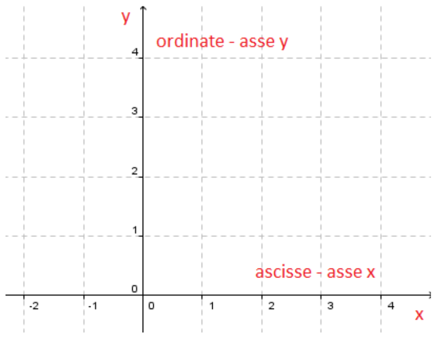
L'asse x delle ascisse è rappresentato dall'equazione $\boldsymbol{y = 0}$.

I punti dell'asse delle ascisse sono nel formato $P(x, 0)$.

L'asse delle **ordinate** è il luogo dei punti del piano aventi ascissa nulla.

L'asse y delle ordinate è rappresentato dall'equazione $\boldsymbol{x = 0}$.

I punti dell'asse delle ordinate sono nel formato $Q(0, y)$.



Retta parallela all'asse delle x

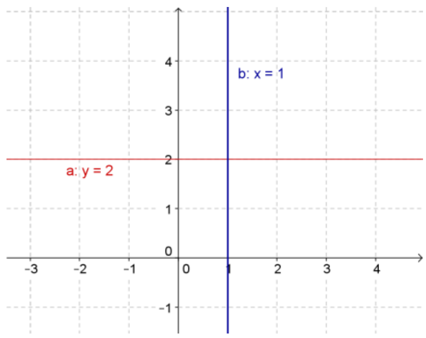
Sia r una retta parallela all'asse x e $R(0, k)$ un punto appartenente a essa.

Tutti i suoi punti hanno uguale ordinata k, per cui la retta è rappresentata dall'equazione $\boldsymbol{y = k}$.

Retta parallela all'asse delle y

Sia s una retta parallela all'asse y e $S(k', 0)$ un punto appartenente a essa.

Tutti i suoi punti hanno la stessa ascissa k', per cui la retta è rappresentata dall'equazione $\boldsymbol{x = k'}$.

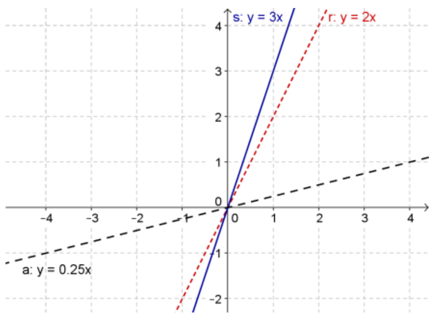


Retta passante per l'origine

Una retta t passante per l'origine è il luogo dei punti del piano tali che è costante il rapporto tra l'ordinata e l'ascissa.

Indicando con m è il valore costante di tale rapporto l'equazione del luogo dei punti con ordinata proporzionale all'ascissa è $\boldsymbol{y = mx}$.

Il valore costante $\boldsymbol{m}$ è detto **coefficiente angolare** della retta.



Una retta passante per l'origine degli assi rappresenta bene casi di **proporzionalità diretta**.

Due grandezze variabili, una indipendente x e l'altra dipendente y, tra le quali intercorre una relazione di qualche natura si dicono direttamente proporzionali se esiste una relazione funzionale nella forma

$$\boldsymbol{y = kx}$$

La costante k è chiamata la costante di proporzionalità della relazione ed è pari al rapporto delle due grandezze variabili.

$$\mathrm{k} = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}} = \frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{x}'} = \frac{\mathrm{y}''}{\mathrm{x}''} = \cdots$$

Equazione esplicita della retta

Una retta è rappresenta in forma esplicita da un'equazione nel formato $\boldsymbol{y = mx + q}$.

Il valore $\boldsymbol{m}$ è detto **coefficiente angolare** della retta ed è noto anche con il termine di pendenza della retta.

Il valore $\boldsymbol{q}$ è detto **intercetta** della retta e indica il punto in cui la retta incontra l'asse delle ordinate (y).

NB:

$y = x$

Equazione della bisettrice del 1° e 3° quadrante.

$y = -x$

Equazione della bisettrice del 2° e 4° quadrante.

Equazione implicita della retta

L'equazione esplicita nella forma $y = mx + q$ non consente di tracciare la retta che rappresenta l'asse y e le rette ad esso parallele.

Non è possibile sostituire a x e a q valori tali da ottenere l'equazione dell'asse y che ha come equazione $x = 0$.

L'equazione generale della retta è in grado di rappresentare tutte le rette possibili.

Una retta è rappresenta in forma implicita da un'equazione nel formato
$\boldsymbol{ax + by + c = 0}$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a, b \neq 0$.

NB:

$x = 0$

Equazione dell'asse y.

Rette parallele. Condizione di parallelismo.

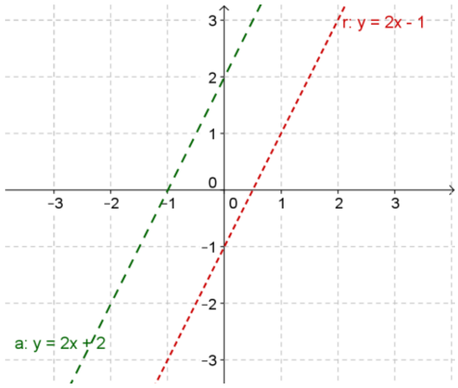
Condizione necessaria e sufficiente affinché due rette siano parallele è che abbiano lo stesso coefficiente angolare.

$y = mx + q \parallel y' = m'x + q' \quad \text{se} \quad m = m'$

$r: y = 2x + 2$

$s: y = 2x - 1$

$y = 2x + 2 \parallel y = 2x - 1$



Rette perpendicolari. Condizione di perpendicolarità.

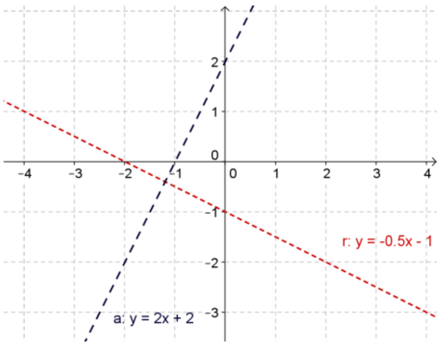
Condizione necessaria e sufficiente affinché due rette siano perpendicolari è che i loro coefficienti angolari siano fra loro antireciproci, uno l'inverso e opposto dell'altro.

$y = mx + q \perp y' = m'x + q' \quad \text{se} \quad m = -\frac{1}{m'} \quad \leftrightarrow \quad m \cdot m' = -1$

$r: y = 2x + 2$

$s: y = -\frac{1}{2}x - 1$

$y = 2x + 2 \perp y = -\frac{1}{2}x - 1$



Equazione della retta passante per due punti

Dati due punti $P(x_1, y_1)$ e $Q(x_2, y_2)$, riferiti a un piano cartesiano xOy, con x_1 diverso da x_2 e y_1 diverso da y_2 ($x_1 \neq x_2$ e $y_1 \neq y_2$), si l'equazione della retta ha la seguente forma.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

con $x_1 \neq x_2$ e $y_1 \neq y_2$

Iperbole

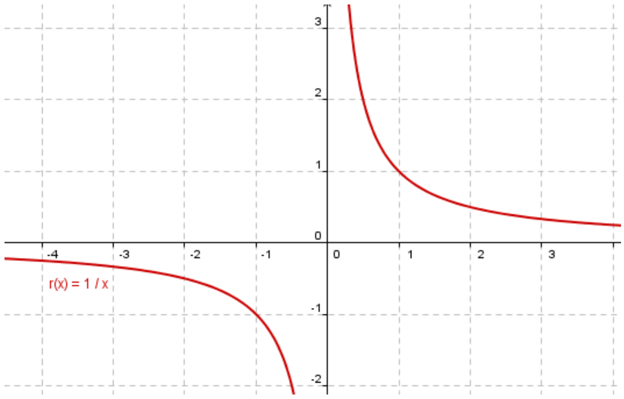
L'iperbole è una conica definita come il luogo dei punti del piano per i quali è costante la differenza delle distanze da due punti fissi detti fuochi.

Nel caso in cui gli assi cartesiani siano gli asintoti ($x = 0, y = 0$) della curva, l'equazione dell'iperbole equilatera assume una forma particolare e notevole:

$xy = k$ (con k costante positiva o negativa).
Da cui:

$$y = \frac{k}{x}$$

>> it.wikipedia.org/wiki/Iperbole_%28geometria%29



Una ramo d'iperbole equilatera rappresenta bene casi di **proporzionalità inversa**.

Due grandezze variabili, una indipendente x e l'altra dipendente y, tra le quali intercorre una relazione di qualche natura si dicono inversamente proporzionali se esiste una relazione funzionale nella forma

$y = k/x$

La costante k è chiamata la costante di proporzionalità della relazione ed è pari al prodotto delle due grandezze variabili.

$$k = x \cdot y = x' \cdot y' = x'' \cdot y'' = \cdots$$

Parabola

La parabola è una conica definita come il luogo dei punti del piano equidistanti da un punto fisso F, detto fuoco, e da una retta fissa d, detta direttrice.

La parabola è una funzione simmetrica rispetto al suo asse.

L'equazione generale parabola con asse parallelo all'asse y è nella forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

L'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse delle x è nella forma:

$$x = ay^2 + by + c$$

>> it.wikipedia.org/wiki/Parabola_%28geometria%29