

## Raccolta di esercizi di geometria analitica completi di risoluzione.

*Grafica realizzata con GeoGebra*

*Analytic geometry & Coordinate geometry also referred to as Cartesian geometry or analytical geometry*

---

### 1.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(+3; +2), B(+15; +2), C(+15; +7) e D(+3; +7).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Disegna il segmento BD. Che cosa rappresenta tale segmento della figura data e qual è la sua misura?

Da che punti passa la retta di equazione  $r: y = 2x - 4$ ?

[\[soluzione\]](#)

---

### 2.

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate A(-3; -3), B(3; 0), C(1; 4) e D(-5; 1) fissando come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio corrispondono a un centimetro).

Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà (lati, angoli, ...).

Calcola la misura del perimetro e l'area del quadrilatero.

[\[soluzione\]](#)

---

### 3.

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(0;3), B(3;-1), C(-6;-1) e D(-6; 3).

Congiungi i punti nell'ordine dato e descrivi le caratteristiche del poligono che ottieni.

Calcola il perimetro e la misura dell'area del poligono ABCD ( $u = 1$  cm).

Verifica graficamente che l'equazione  $r: y = -\frac{4}{3}x + 3$  passa per i punti A e B. Traccia la retta  $s$  perpendicolare a quella data, passante per il punto A. Individua se quest'ultima incontra qualche altro punto della figura.

Evidenzia con una campitura il triangolo formato dal punto d'incontro delle due rette e di queste con il segmento BC. Di che triangolo si tratta? Perché?

[\[soluzione\]](#)

---

4.

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate  $A(-4; -1)$ ,  $B(6; -1)$ ,  $C(9; 3)$  e  $D(-1; 3)$  fissando come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio corrispondono a un centimetro).

Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà (lati, angoli, ...).

Calcola la misura del perimetro e l'area del quadrilatero.

Rappresenta nello stesso piano cartesiano la retta  $r: y = x + 4$  e verifica graficamente e algebricamente che la retta interseca il poligono in uno dei suoi vertici.

Scrivi l'equazione della retta parallela alla retta data passante per l'origine degli assi e rappresentala nello stesso piano cartesiano.

Determina l'area totale e il volume di un prisma retto avente per base il poligono dato e l'altezza uguale ai  $7/6$  del perimetro di base.

[\[soluzione\]](#)

---

5.

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate:

$A(-5; -2)$ ,  $B(7; -2)$ ,  $C(1; 6)$  e  $D(-5; 6)$

fissando come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio corrispondono a un centimetro).

Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà (lati, angoli...).

Calcola la misura del perimetro e l'area del quadrilatero.

Rappresenta nello stesso piano cartesiano la retta  $r: y = -6x + 12$  e verifica graficamente e algebricamente che la retta interseca il poligono in uno dei suoi vertici.

Scrivi l'equazione della retta parallela alla retta data passante per l'origine degli assi e rappresentala nello stesso piano cartesiano.

Determina l'area totale e il volume di un prisma retto avente per base il poligono dato e l'altezza uguale agli  $11/9$  del semiperimetro di base.

[\[soluzione\]](#)

6.

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate:

A(-7; 1), B(5; 1), C(5; 9) e D(-1; 9)

fissando come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio corrispondono a un centimetro).

Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà (lati, angoli...).

Calcola la misura del perimetro e l'area del quadrilatero.

Rappresenta nello stesso piano cartesiano la retta di equazione  $y = x - 4$  e verifica graficamente e algebricamente che la retta interseca il poligono in uno dei suoi vertici.

Scrivi l'equazione della retta parallela alla retta data passante per l'origine degli assi e rappresentala nello stesso piano cartesiano.

Determina l'area totale e il volume di un prisma retto avente per base il poligono dato e l'altezza uguale ai  $\frac{7}{12}$  del perimetro di base.

[\[soluzione\]](#)

---

7.

Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti

A(0; 0), B(3; 1) e C(3;-9) studia analiticamente la figura ottenuta congiungendo i punti nell'ordine dato e secondo le indicazioni di seguito riportate.

Calcola le equazioni delle rette passanti per i tre punti dati. Esprimi le tue considerazioni sulla loro posizione e sul triangolo di vertici ABC.

Considerando che dal confronto della somma dei quadrati dei lati è possibile stabilire se un triangolo è rettangolo o meno ( $c_1^2+c_2^2 < i^2$  triangolo ottusangolo;  $c_1^2+c_2^2 > i^2$  triangolo acutangolo), utilizzando l'asserzione del Teorema di Pitagora, verifica con le misure dei tre lati del triangolo ABC quanto affermato.

[\[soluzione\]](#)

8.

Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(4; 2), B(4; -8) e C(1;1) studia analiticamente la figura ottenuta congiungendo i punti nell'ordine dato e secondo le indicazioni di seguito riportate.

Calcola le equazioni delle rette passanti per i tre punti dati. Esprimi le tue considerazioni sulle loro posizioni relative e sul triangolo di vertici ABC.

Considerando che dal confronto della somma dei quadrati dei lati è possibile stabilire se un triangolo è rettangolo o meno ( $c_1^2+c_2^2 < i^2$  triangolo ottusangolo;  $c_1^2+c_2^2 > i^2$  triangolo acutangolo), utilizzando l'asserzione del Teorema di Pitagora, verifica con le misure dei tre lati del triangolo ABC quanto affermato.

[\[soluzione\]](#)

---

9.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(+2; 0), B(+8; 0), C(+8; +4) e D(+2;+4).

Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro e la sua area (u=1 cm).

Fissa il punto E(+11;0) e considera il poligono AECD. Di quale figura si tratta? Descrivi le sue proprietà.

Fai ruotare il poligono AECD di una rotazione completa attorno alla base maggiore. Descrivi il solido ottenuto.

[\[soluzione\]](#)

---

10.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(0; -2), B(6; -2), C(6; 3) e D(0;11).

Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Fai ruotare il poligono ABCD di una rotazione completa attorno all'asse y.

Descrivi il solido ottenuto e calcolane l'area totale, il suo volume e la sua massa sapendo che ha una densità di  $3 \text{ g/cm}^3$ .

[\[soluzione\]](#)

---

11.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(-2; -3), B(+6; -3), C(+6; +5) e D(-2; +5).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro, la lunghezza della sua diagonale e la sua area ( $u=1$  cm).

Da che punti passa la retta di equazione  $y=-x+3$ ?

12.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(-2; 2), B(+6; -4), C(+6; +10) e D(-2; +4).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Disegna la retta  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$  e stabilisci in quali punti tocca il poligono dato.

Calcola il volume di un prisma che ha per base il poligono ABCD e che abbia un'altezza di 3 cm e la sua massa sapendolo fatto di oro ( $19,3 \text{ g/cm}^3$ )

---

13.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(+3; +2), B(-5; +2) e C(-1; -3).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Disegna la retta  $y = -x$  e stabilisci in quali punti tocca il poligono dato.

---

14.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(3; 1), B(14; 1), C(8; 9) e D(3; 9).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Disegna il segmento BD. Che cosa rappresenta tale segmento della figura data e qual è la sua misura?

Da che punti passa la retta  $r$  di equazione  $y = \frac{1}{3}x$ ?

La retta  $r$  può rappresentare l'andamento della corrente che circola in un circuito elettrico di resistenza fissa pari a 3 Ohm e dove si sono rilevati i seguenti voltaggi pari a 3, 6, 9 e 12 Volt al variare dell'intensità della corrente immessa? Cosa afferma la prima legge di Ohm?

15.

Disegna su di un piano cartesiano il triangolo avente per vertici i seguenti punti  $A(1; 4)$ ,  $B(4; 4)$ ,  $C(4; 0)$ .

Individuate i punti medi  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  e indicate le loro coordinate.

Disegnate il triangolo  $A'B'C'$  avente per vertici i punti medi del triangolo  $ABC$  e verificate che il suo perimetro è la metà di quella del triangolo  $ABC$ .

---

16.

Disegna su di un piano cartesiano il triangolo isoscele avente per vertici di base i punti  $A(-2; -2)$  e  $B(10; -2)$  e sapendo che l'altro punto è posto nel primo quadrante.

Trovare la misura dell'area e del perimetro del quadrato inscritto nel triangolo e con un lato sulla sua base.

---

17.

Disegna su di un piano cartesiano il triangolo avente per vertici i seguenti punti  $A(2; 3)$ ,  $B(5; -1)$ ,  $C(-1; -1)$ .

Individuate i punti medi  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  e indicate le loro coordinate.

Disegnate il triangolo  $A'B'C'$  avente per vertici i punti medi del triangolo  $ABC$  e verificate che il suo perimetro è la metà di quella del triangolo  $ABC$ .

Calcolate le aree dei due poligoni.

---

18.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti  $A(-5; -1)$ ,  $B(3; -1)$ ,  $C(6; 3)$  e  $D(-2; 3)$ .

Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $y=-1$  e stabilisci se e in quali punti tocca il poligono dato.

---

19.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(-5; -5), B(7; -5), C(7; 5) e D(-5; 0).

Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $y=x-1$ .

---

20.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(2; -6), B(2; 6) e C(-3; 6).

Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcola la misura dei suoi lati, il suo perimetro e la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $r: y = x - 1$  e  $s: y = x + 2$ . Come sono tra di loro le due rette?

---

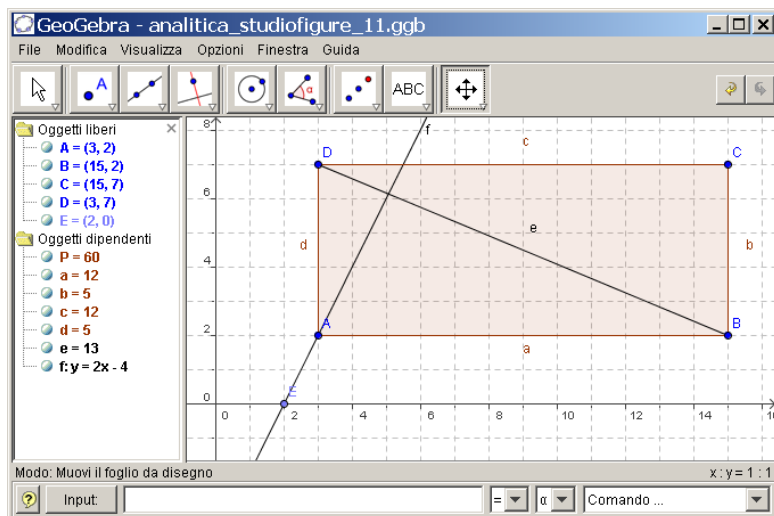
21.

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(8; 1), B(-3; 1), C(5; -3) e D(0; -3). Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro e la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano le rette  $r: y = -\frac{4}{3}x - 3$  e  $s: y = 1$ . Individua dove si incontrano le due rette.



## Soluzioni



$$AB = |x_A - x_B| = |3 - 15| = 12 \text{ cm}$$

$$CD = |x_C - x_D| = |15 - 3| = 12 \text{ cm}$$

$$BD = AD = |y_B - y_C| = |2 - 7| = 5 \text{ cm}$$

$$AD = |y_A - y_D| = |2 - 7| = 5 \text{ cm}$$

La figura è un rettangolo, un quadrilatero che ha tutti gli angoli interni congruenti tra loro e, di conseguenza retti ( $\angle A \cong \angle B \cong \angle C \cong \angle D = 90^\circ$ ), e ciascuna delle due coppie di lati opposti è costituita da lati congruenti ( $AB \parallel CD \wedge BC \parallel AD$ ;  $AB \cong CD \wedge BC \cong AD$ ).

Vedi: [it.wikipedia.org/wiki/Rettangolo](http://it.wikipedia.org/wiki/Rettangolo)

$$2p = 2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (12 + 5) = 34 \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = AB \cdot BC = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$BD = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(15 - 3)^2 + (2 - 7)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Trovo almeno due punti appartenenti alla retta di equazione  $r: y = 2x - 4$ . Basterebbero solo due punti, in quanto per due punti distinti passa una e una sola retta.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-4	-2	0	2	4	6	8

I punti  $(0; -4)$ ,  $(1; -2)$ ;  $(2; 0)$ ;  $(3; 2)$  ... appartengono alla retta  $r$ .

La retta  $r: y = 2x - 4$  passa per il punto  $A(3; 2)$ .

[Download file analitica\\_studiofigure\\_11.ggb](#)

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate: A(-3; -3), B(3; 0), C(1; 4) e D(-5; 1).  
 Congiungi nell'ordine i punti dati, indica il nome della figura ottenuta e descrivine le proprietà.

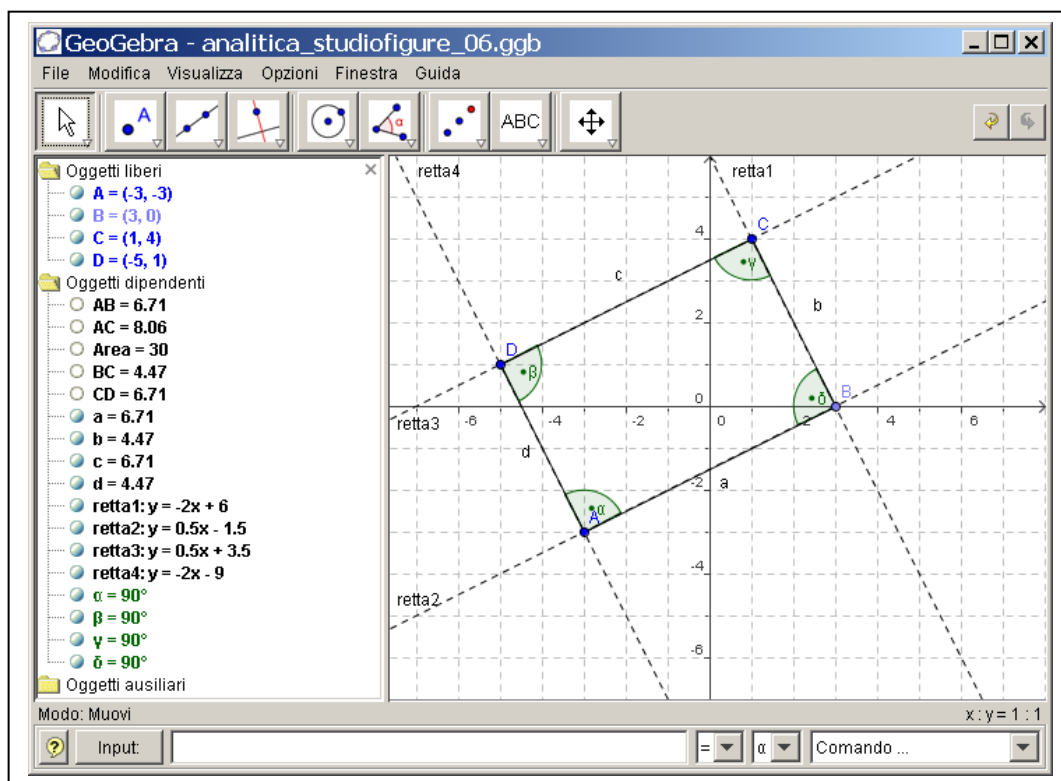
È un rettangolo, un parallelogramma particolare in cui i lati adiacenti sono tra loro perpendicolari.

$$AB \parallel CD \wedge BC \parallel AD; AB \cong CD \wedge BC \cong AD$$

$\wedge$  simbolo AND logico

$$\angle A \cong \angle B \cong \angle C \cong \angle D = 90^\circ$$

In geometria il sostantivo **rettangolo** denota il quadrilatero con tutti gli angoli interni congruenti e quindi retti ([it.wikipedia.org/wiki/Rettangolo](http://it.wikipedia.org/wiki/Rettangolo)).



$$AB = CD = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3 - 3)^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$BC = AD = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(3 - 1)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$2p = 2 \cdot (AB + BC) = 2 \cdot (3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}) = 2 \cdot (5\sqrt{5}) = 10\sqrt{5} \text{ cm} (\approx 22,36 \text{ cm})$$

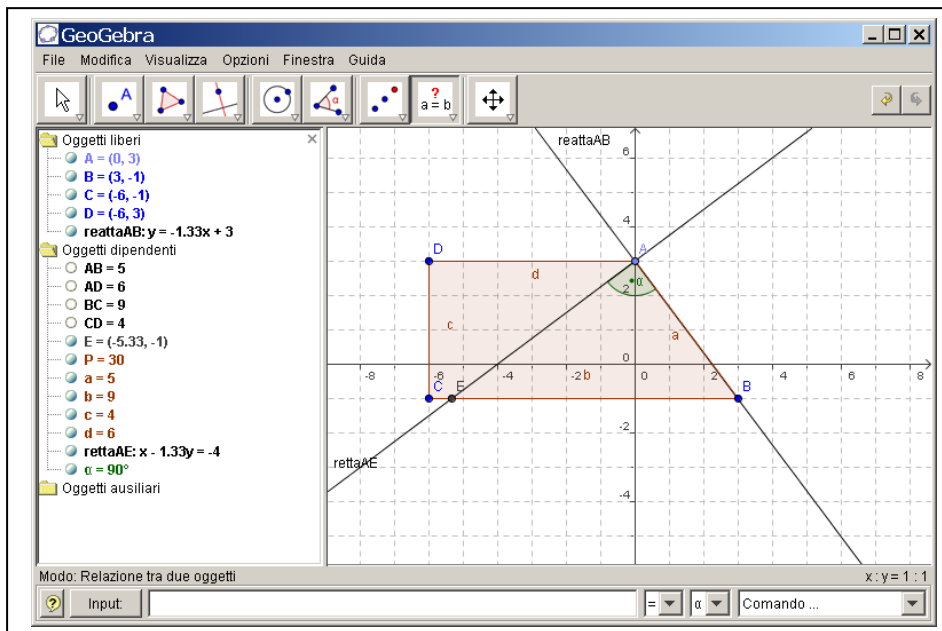
$$\text{Per somma di radicali simili si ha: } 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (3 + 2)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$A = b \cdot h = 3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 6 \cdot (\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}) = 6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{NB: proprietà commutativa, associativa e } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

[Download file analitica\\_studiofigure\\_06.ggb](#)

Rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(0;3), B(3;-1), C(-6;-1) e D(-6;3).  
 Congiungi i punti nell'ordine dato e descrivi le caratteristiche del poligono che ottieni. Calcola il perimetro e la misura dell'area del poligono ABCD (u = 1 cm).



Il poligono ABCD è un **trapezio rettangolo**, un quadrilatero avente due soli lati opposti e paralleli:  $AA \parallel BC$ .

Vedi [it.wikipedia.org/wiki/Trapezio\\_rettangolo](http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio_rettangolo)

$$AB = \sqrt{9 + 16} = 5 \text{ cm}$$

$$BC = |x_B - x_C| = |3 + 6| = 9 \text{ cm}$$

$$CD = |y_C - y_D| = |-1 - 3| = 4 \text{ cm}$$

$$AD = |x_A - x_D| = 6 \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + CD + AD = 5 + 9 + 4 + 6 = 24 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{9 + 6}{2} \cdot 4 = 30 \text{ cm}^2$$

Rette

$$y = -4/3x + 3$$

x	0	3	6
y	3	-1	-5

La retta passa per A e per B

$$y = +3/4x + 3$$

x	0	4	8
y	3	6	9

La retta non passa per nessun altro punto se non il vertice A

Triangolo rettangolo acutangolo in A, intersezione di rette  $\perp$ .

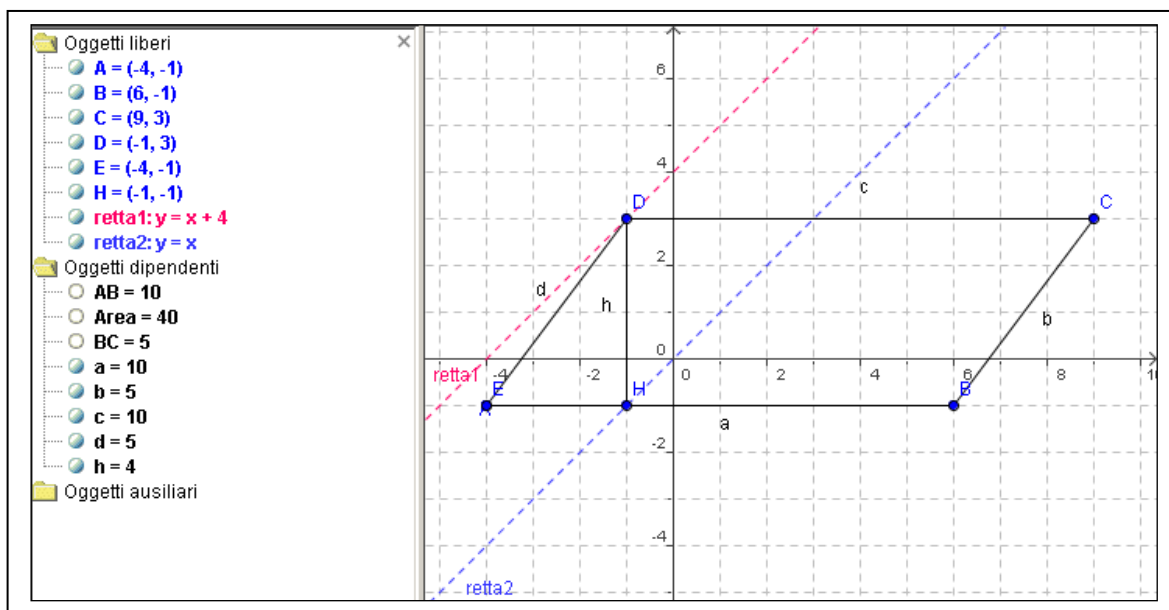
[Download del file analitica\\_studiofigure\\_07.ggb](#)

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate:

A(-4; -1), B(6; -1), C(9; 3) e D(-1; 3)

E' parallelogramma, un quadrilatero con i lati opposti paralleli. Gli angoli opposti sono uguali e gli adiacenti sono supplementari.

Ogni diagonale scompone il parallelogramma in due triangoli uguali e le diagonali si tagliano scambievolmente per metà. (<http://it.wikipedia.org/wiki/Parallelogramma>)



[Download file analitica\\_studiofigure\\_01.ggb](#)

$$AD = BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(6 - 9)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$AB = CD = |x_D - x_C| = |-1 - 9| = 10 \text{ cm}$$

$$h = DH = |y_D - y_H| = |3 + 1| = 4 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot (AB + AD) = 2 \cdot (5 + 10) = 30 \text{ cm}$$

$$A = AB \cdot h = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$$

Data la retta  $y = x + 4$

sia ha per  $x = -1$  che  $y = -1 + 4 = 3$  quindi passa per D(-1; 3)

Scrivi l'equazione della retta parallela alla retta data passante per l'origine degli assi e rappresentala nello stesso piano cartesiano.

$$y = 4 + x \parallel y = x$$

Prisma retto avente per base il poligono dato e l'altezza uguale ai 7/6 del perimetro di base.

$$h_{prisma} = \frac{7}{6} \cdot 2p = 30 \cdot \frac{7}{6} = 35 \text{ cm}$$

$$Al = 2p \cdot h_{prisma} = 30 \cdot 35 = 1050 \text{ cm}^2$$

$$At = 2 \cdot A + Al = 2 \cdot 40 + 1050 = 1130 \text{ cm}^2$$

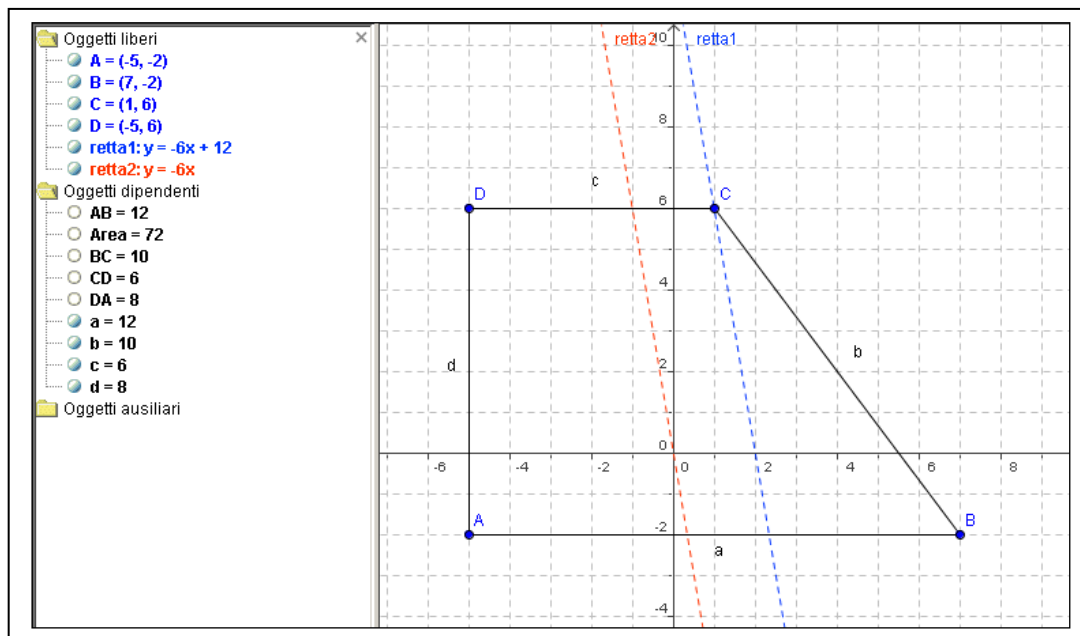
$$V_{prisma} = A \cdot h_{prisma} = 40 \cdot 35 = 1400 \text{ cm}^3$$

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate:

A(-5; -2), B(7; -2), C(1; 6) e D(-5; 6)

E' un trapezio rettangolo, un particolare trapezio in cui un lato è perpendicolare alle basi

([http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio\\_%28geometria%29](http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio_%28geometria%29))



[Download file analitica\\_studiofigure\\_02.ggb](#)

$$AB = |x_A - x_B| = |-5 - 7| = 12 \text{ cm}$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(7 - 1)^2 + (-2 - 6)^2} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$CD = |x_C - x_D| = |1 + 5| = 6 \text{ cm}$$

$$h = AD = |y_A - y_D| = |-2 - 6| = 8 \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + CD + AD = 12 + 10 + 6 + 8 = 36 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{AB + CD}{2} \cdot AD = \frac{12 + 6}{2} \cdot 8 = \frac{18}{2} \cdot 8 = 72 \text{ cm}^2$$

Data  $y = -6x + 12$  sia ha per  $x = 1$  che  $y = -6 + 12 = 6$  quindi passa per C(1; 6)

$$y = -6x + 12 \quad || \quad y = -6x$$

Prisma retto avente per base il poligono dato e altezza pari a 11/9 del semiperimetro di base.

$$h_{prisma} = \frac{11}{9} \cdot 2p = \left(\frac{36}{2}\right) \cdot 11 : 9 = 18 \cdot 11 : 9 = 22 \text{ cm}$$

$$Al = 2p \cdot h_{prisma} = 36 \cdot 22 = 792 \text{ cm}^2$$

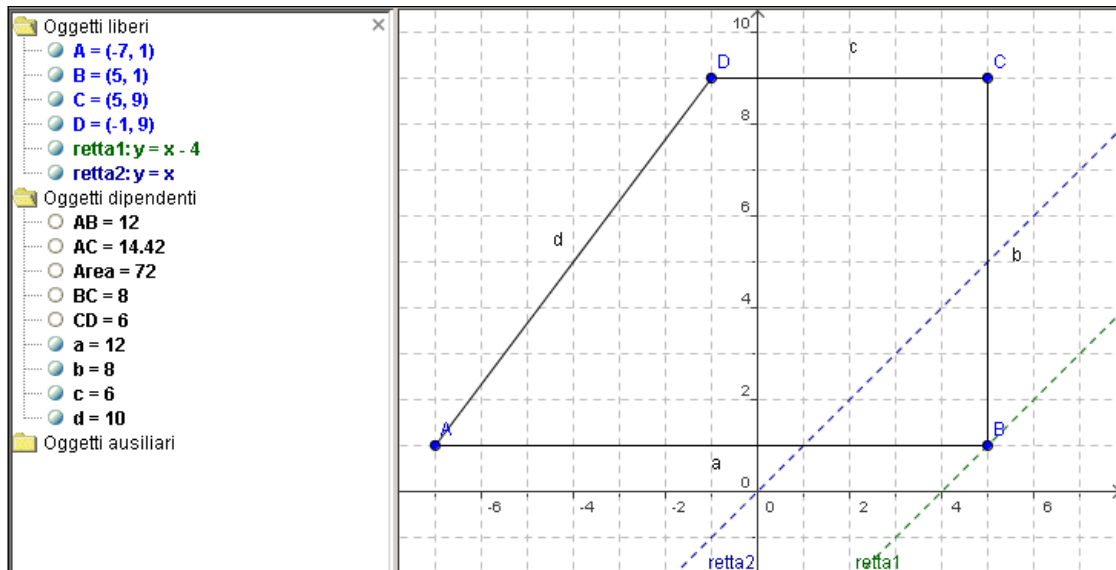
$$At = 2 \cdot Ab + Al = 2 \cdot 72 + 792 = 936 \text{ cm}^2$$

$$V_{prisma} = Ab \cdot h_{prisma} = 72 \cdot 22 = 1584 \text{ cm}^3$$

In un piano cartesiano rappresenta i punti di coordinate:

A(-7; 1), B(5; 1), C(5; 9) e D(-1; 9)

E' un trapezio rettangolo, un particolare trapezio in cui un lato è perpendicolare alle basi  
([http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio\\_%28geometria%29](http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio_%28geometria%29))



[Download file analitica\\_studiofigure\\_04.ggb](#)

Calcola la misura del perimetro e l'area del quadrilatero.

$$AB = |x_A - x_B| = |-7 - 5| = 12 \text{ cm}$$

$$h = BC = |y_B - y_C| = |1 - 9| = 8 \text{ cm}$$

$$CD = |x_C - x_D| = |5 + 1| = 6 \text{ cm}$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-7 + 1)^2 + (1 - 9)^2} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + CD + AD = 12 + 8 + 6 + 10 = 36 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{AB + CD}{2} \cdot AD = \frac{12 + 6}{2} \cdot 8 = \frac{18}{2} \cdot 8 = 72 \text{ cm}^2$$

Data  $y = x - 4$  sia ha per  $x = 5$  che  $y = 5 - 4 = 1$  quindi passa per B(5; 1)

$$y = x - 4 \parallel y = x$$

Prisma retto avente per base il poligono dato e l'altezza uguale ai 7/12 del perimetro di base.

$$h_{prisma} = \frac{7}{12} \cdot 2p = 36 \cdot \frac{7}{12} = 21 \text{ cm}$$

$$Al = 2p \cdot h_{prisma} = 36 \cdot 21 = 756 \text{ cm}^2$$

$$At = 2 \cdot Ab + Al = 2 \cdot 72 + 756 = 900 \text{ cm}^2$$

$$V_{prisma} = Ab \cdot h_{prisma} = 72 \cdot 21 = 1512 \text{ cm}^3$$

Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(0; 0), B(3; 1) e C(3;-9) studia analiticamente la figura ottenuta congiungendo i punti nell'ordine dato e secondo le indicazioni di seguito riportate.

Calcola le equazioni delle rette passanti per i tre punti dati. Esprimi le tue considerazioni sulla loro posizione e sul triangolo di vertici ABC.

Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(0; 0), B(3; 1) e C(3;-9) studia analiticamente la figura ottenuta congiungendo i punti.

*eq\_retta<sub>AB</sub>*

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$$

$$\frac{x - 0}{3 - 0} = \frac{y - 0}{1 - 0}$$

$$1(x - 0) = 3(y - 0)$$

$$3y = x$$

$$y = \frac{1}{3}x$$

*eq\_retta<sub>BC</sub>*

$$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$$

$$\frac{x - 3}{3 - 3} = \frac{y - 1}{-9 - 1}$$

$$-10(x - 3) = 0(y - 1)$$

$$-10x + 30 = 0$$

$$-10x = -30$$

$$10x = 30$$

$$x = \frac{30}{10} = 3$$

*eq\_retta<sub>AC</sub>*

$$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$$

$$\frac{x - 0}{3 - 0} = \frac{y - 0}{-9 - 0}$$

$$-9(x - 0) = 3(y - 0)$$

$$3y = -9x$$

$$y = -\frac{9}{3}x = -3x$$

Ci sono due rette con coefficiente angolare opposto e inverso (-3 e 1/3)

Le due rette sono, quindi, perpendicolari tra di loro.

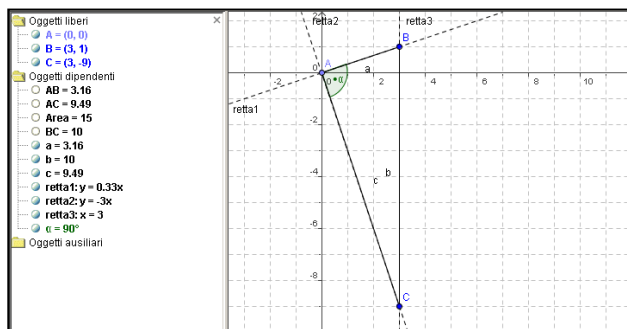
$$y = \frac{1}{3}x \perp y = -3x$$

Il triangolo è, quindi, rettangolo in A.

$$AB = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \text{ cm} (\approx 3,16 \text{ cm})$$

$$AC = \sqrt{9 + 81} = 3\sqrt{10} \text{ cm} (\approx 9,16 \text{ cm})$$

$$BC = |y_B - y_C| = 10 \text{ cm}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 10^2 = (\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{10})^2$$

Il triangolo è rettangolo essendo l'uguaglianza 100=100.

[Download file analitica\\_studiofigure\\_05.ggb](#)

Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale i punti A(4; 2), B(4; -8) e C(1;1) studia analiticamente la figura ottenuta congiungendo i punti nell'ordine dato. Calcola le equazioni delle rette passanti per i tre punti dati. Esprimi le tue considerazioni sulle loro posizioni relative e sul triangolo di vertici ABC.

$eq\_retta_{AB}$	$eq\_retta_{BC}$	$eq\_retta_{AC}$
$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$ $\frac{x - 4}{4 - 4} = \frac{y - 2}{-8 - 2}$ $-10(x - 4) = 0(y - 2)$ $-10x + 40 = 0$ $-10x = -40$ $10x = 40$ $x = \frac{40}{10} = 4$	$\frac{x - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y - y_B}{y_C - y_B}$ $\frac{x - 4}{1 - 4} = \frac{y + 8}{1 + 8}$ $9(x - 4) = -3(y + 8)$ $9x - 36 = -3y - 24$ $3y = -9x - 24 + 36$ $3y = -9x + 12$ $y = -3x + 4$	$\frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A}$ $\frac{x - 4}{1 - 4} = \frac{y - 2}{1 - 2}$ $-1(x - 4) = -3(y - 2)$ $-3y + 6 = -x + 4$ $-3y = -x - 2$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

Ci sono due rette con coefficiente angolare opposto e inverso (-3 e 1/3)  
Le due rette sono perpendicolari tra di loro e il triangolo è, quindi, rettangolo in C.

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \perp y = -3x + 4$$

$$AC = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \text{ cm } (\approx 3,16 \text{ cm})$$

$$BC = \sqrt{9 + 81} = 3\sqrt{10} \text{ cm } (\approx 9,16 \text{ cm})$$

$$AB = |y_B - y_C| = 10 \text{ cm}$$

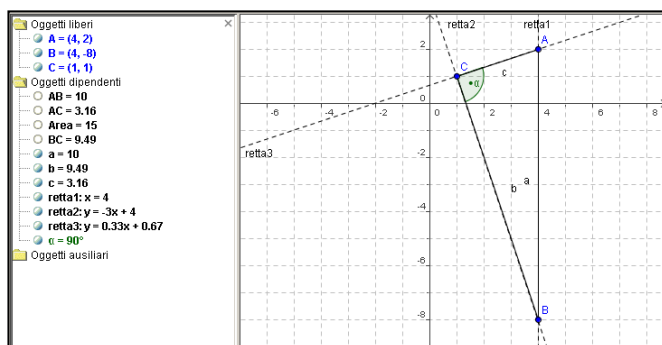
$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 10^2 = (\sqrt{10})^2 + (3\sqrt{10})^2$$

Il triangolo è rettangolo essendo l'uguaglianza 100=100.

$$2p = AB + BC + AC = \sqrt{10} + 3\sqrt{10} + 10 = (4\sqrt{10} + 10) \text{ cm}$$

$$NB \text{ Sommo i radicali simili: } \sqrt{10} + 3\sqrt{10} = (1 + 3)\sqrt{10} = 4\sqrt{10}$$

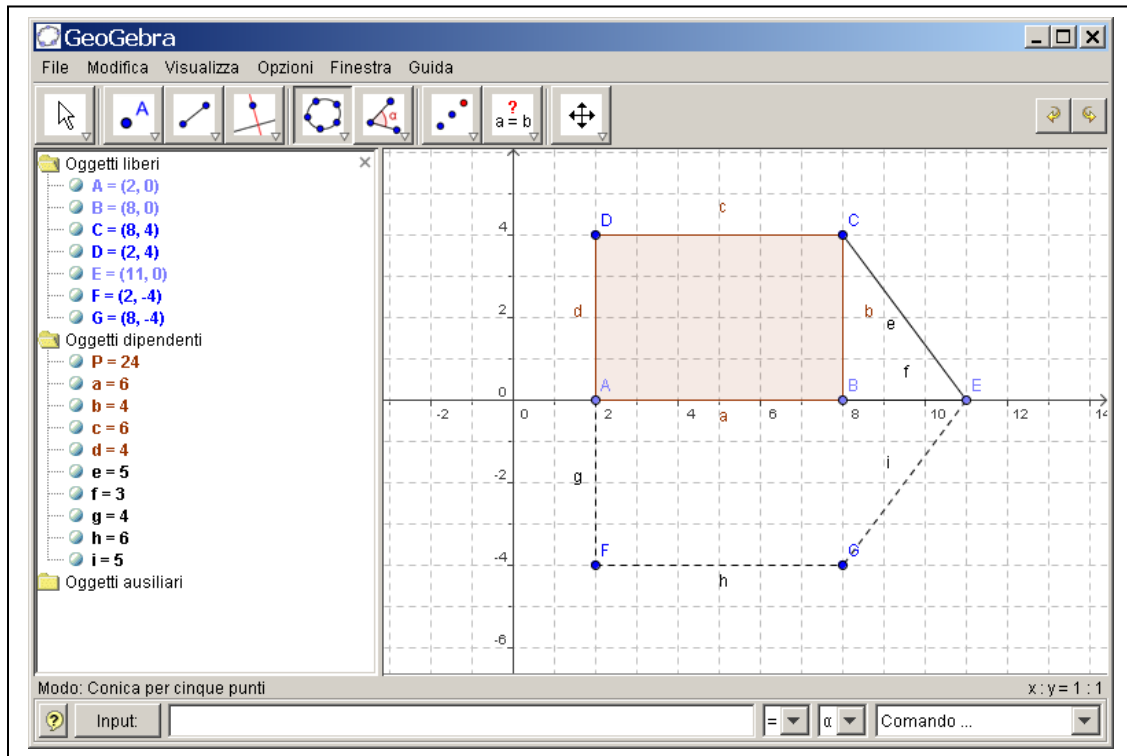
$$A = \frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15 \text{ cm}^2$$



[Download file analitica\\_studiofigure\\_06.ggb](#)



Senza rappresenta in un piano cartesiano ortogonale il poligono avente per vertici i seguenti punti  $A(+2; 0)$ ,  $B(+8; 0)$ ,  $C(+8; +4)$  e  $D(+2; +4)$ .



[Download file analitica studiofigure 08.ggb](#)

Il poligono ABCD è un rettangolo.

$$b=AB=|x_A-x_B| = 8-2 = 6 \text{ cm}$$

$$h=BC=|y_C-y_B| = 4-0 = 4 \text{ cm}$$

$$2p = 2(AB + BC) = 2(6 + 4) = 20 \text{ cm}$$

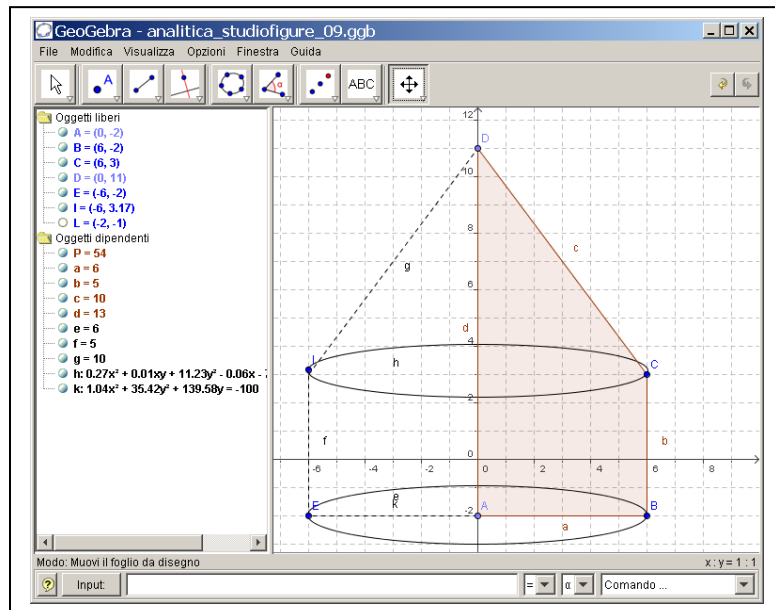
$$A = AB \cdot BC = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$

Il poligono AECD è un trapezio rettangolo.

Vedi [http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio\\_rettangolo](http://it.wikipedia.org/wiki/Trapezio_rettangolo)

Facendo ruotare il poligono AECD di una rotazione completa attorno alla base maggiore si ottiene un cilindro sormontato da un cono.

Poligono avente per vertici i seguenti punti A(0; -2), B(6; -2), C(6; 3) e D(0;11).



[Download file analitica\\_studiofigure\\_09.ggb](#)

$$AB = |x_A - x_B| = |0 - 6| = 6 \text{ cm}$$

$$h_{cil} = BC = |y_B - y_C| = |-2 - 3| = 5 \text{ cm}$$

$$CD = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(6 - 0)^2 + (3 - 11)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$apotema_{cono} = AD = |x_A - x_D| = |-2 - 11| = 13 \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + CD + AD = 6 + 5 + 10 + 13 = 34 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = \frac{13 + 5}{2} \cdot 6 = \frac{18}{2} \cdot 6 = 54 \text{ cm}^2$$

Fai ruotare il poligono ABCD di una rotazione completa attorno all'asse y. Descrivi il solido ottenuto e calcolane l'area totale, il suo volume e la massa sapendo che ha una densità di  $3 \text{ g/cm}^3$ .

$$Ab = \pi r^2 = 6^2 \pi = 36 \pi \text{ cm}^2$$

$$Al_{cil} = 2p \cdot h_{cilindro} = 2\pi r \cdot 5 = 2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 5 = 60\pi \text{ cm}^2$$

$$Al_{cono} = 2p \cdot apotema = \pi r \cdot 10 = 6 \cdot \pi \cdot 10 = 60\pi \text{ cm}^2$$

$$At = Ab + Al_{cil} + Al_{cono} = (36 + 60 + 60)\pi = 156\pi \text{ cm}^2$$

$$V_{cilindro} = Ab \cdot h_{cil} = 36\pi \cdot 5 = 180\pi \text{ cm}^3$$

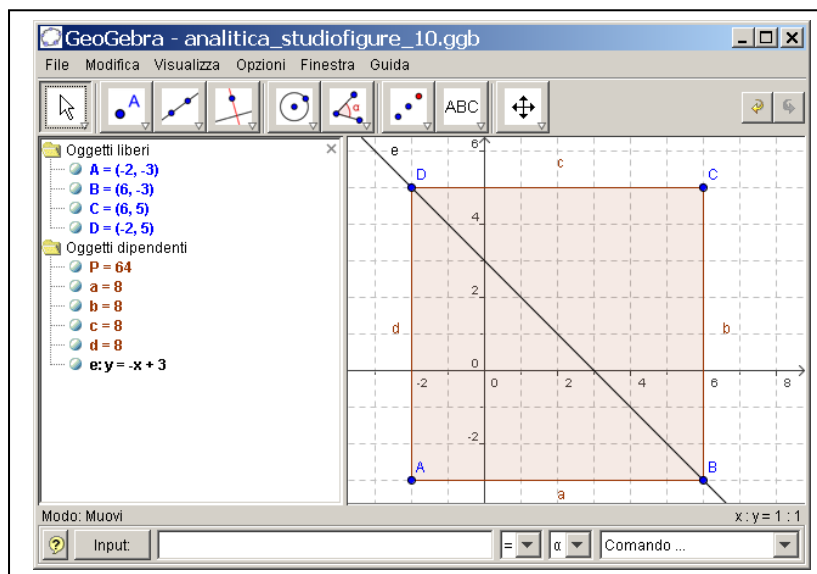
$$V_{cono} = \frac{Ab \cdot h_{cono}}{3} = \frac{36\pi \cdot 8}{3} = 96\pi \text{ cm}^3$$

$$Vt = V_{cilindro} + V_{cono} = 180\pi + 96\pi = 276\pi \text{ cm}^3$$

$$massa = V \cdot densità = 276\pi \cdot 3 = (828\pi)g$$

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(-2; -3), B(+6; -3), C(+6; +5) e D(-2; +5).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABCD e determina il suo perimetro, la lunghezza della sua diagonale e la sua area ( $u=1\text{ cm}$ ).



[Download file analitica\\_studiofigure\\_10.ggb](#)

$$l = AB = CD = |x_A - x_B| = |-2 - 6| = 8\text{ cm}$$

$$l = BC = AD = |y_B - y_C| = |-3 - 5| = 8\text{ cm}$$

La figura è un quadrato - Vedi: [http://it.wikipedia.org/wiki/Quadrato\\_%28geometria%29](http://it.wikipedia.org/wiki/Quadrato_%28geometria%29)

$$2p = 4 \cdot l = 4 \cdot 8 = 16\text{ cm}$$

$$A = l^2 = 8^2 = 64\text{ cm}^2$$

$$AC = BC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-2 - 6)^2 + (-3 - 5)^2} =$$

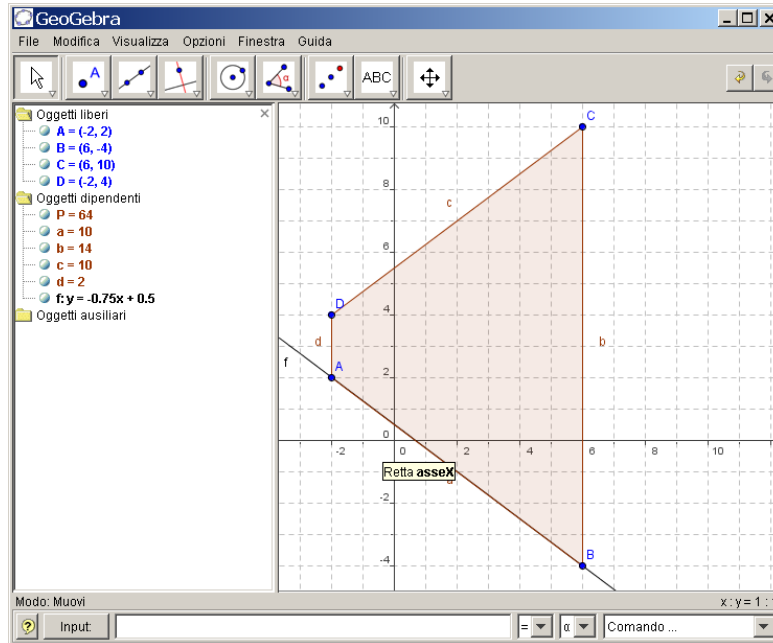
$$AC = BC = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{2}\text{ cm}$$

Da che punti passa la retta di equazione  $y=-x+3$ ?

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

La retta  $y=-x+3$  passa per i punti B(+6; -3) e D(-2; +5).

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(-2; 2), B(+6; -4), C(+6; +10) e D(-2; +4).



$$l = AB = CD = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-2 - 6)^2 + (2 + 4)^2} =$$

$$l = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10 \text{ cm}$$

$$b_1 = BC = |y_B - y_C| = |-4 - 10| = 14 \text{ cm}$$

$$b_2 = AD = |y_A - y_D| = |2 - 4| = 2 \text{ cm}$$

$$h_{\text{trapezio}} = |y_A - y_B| = |-2 - 6| = 8 \text{ cm}$$

La figura è un trapezio isoscele - Vedi: [http://it.wikipedia.org/wiki/Quadrato\\_%28geometria%29](http://it.wikipedia.org/wiki/Quadrato_%28geometria%29)

$$2p = 2 \cdot l + b_1 + b_2 = 2 \cdot 10 + 14 + 2 = 36 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h = \frac{14 + 2}{2} \cdot 8 = 8 \cdot 8 = 64 \text{ cm}^2$$

Da che punti passa la retta di equazione  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$  ?

x	0	2	-2	6	-6
y	1/2	-1	2	-4	4

La retta  $y = -x + 3$  passa per i punti A(-2; 2) e B(+6; -4).

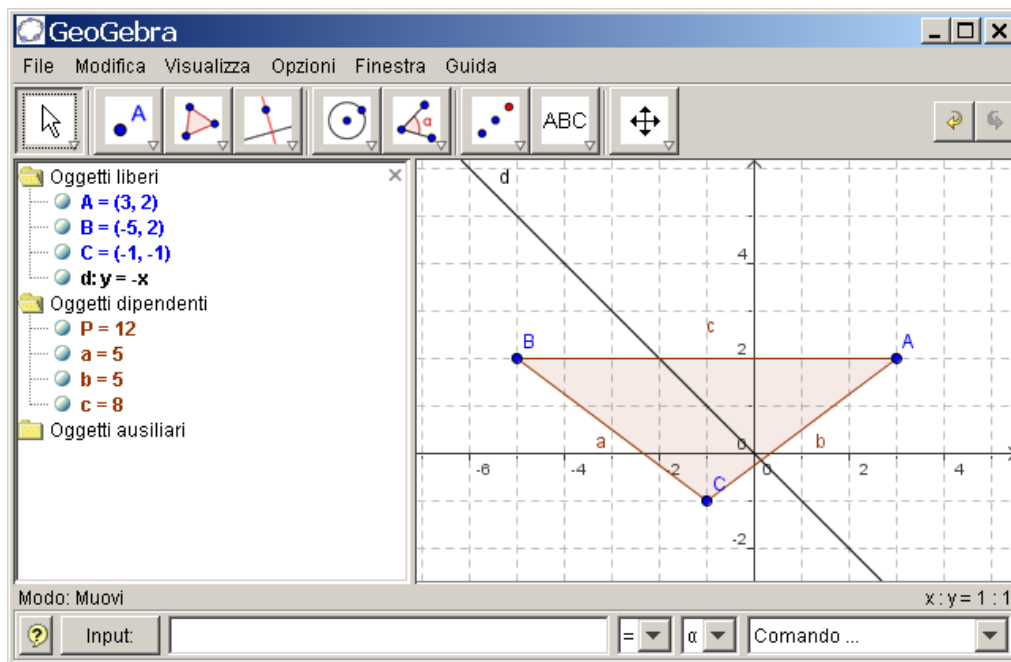
$$V_{\text{prisma}} = Ab \cdot h_{\text{prisma}} = 64 \cdot 3 = 192 \text{ cm}^3$$

$$\text{massa} = V \cdot \text{densità} = 192 \cdot 19,3 = 3705,60 \text{ g}$$

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(+3; +2), B(-5; +2) e C(-1; -1).

Di quale figura si tratta? Descrivi le proprietà della figura ABD e determina il suo perimetro e la sua area ( $u=1$  cm).

Disegna la retta  $y = -x$  e stabilisci in quali punti tocca il poligono dato.



A(+3; +2), B(-5; +2) e C(-1; -1)

$$AC=BC= \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(3 + 1)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ cm}$$

$$AB = |x_A - x_B| = |3 + 5| = 8 \text{ cm}$$

$$h_{\text{triangolo}} = |y_A - y_C| = |2 + 1| = 3 \text{ cm}$$

La figura è un triangolo isoscele - Vedi: [http://it.wikipedia.org/wiki/Triangolo\\_isoscele](http://it.wikipedia.org/wiki/Triangolo_isoscele)

$$2p = 2 \cdot l + b = 2 \cdot 5 + 8 = 18 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$$

Da che punti passa la retta di equazione  $y = -x$  ?

x	0	1	-1	2	-2
y	0	-1	1	-2	2

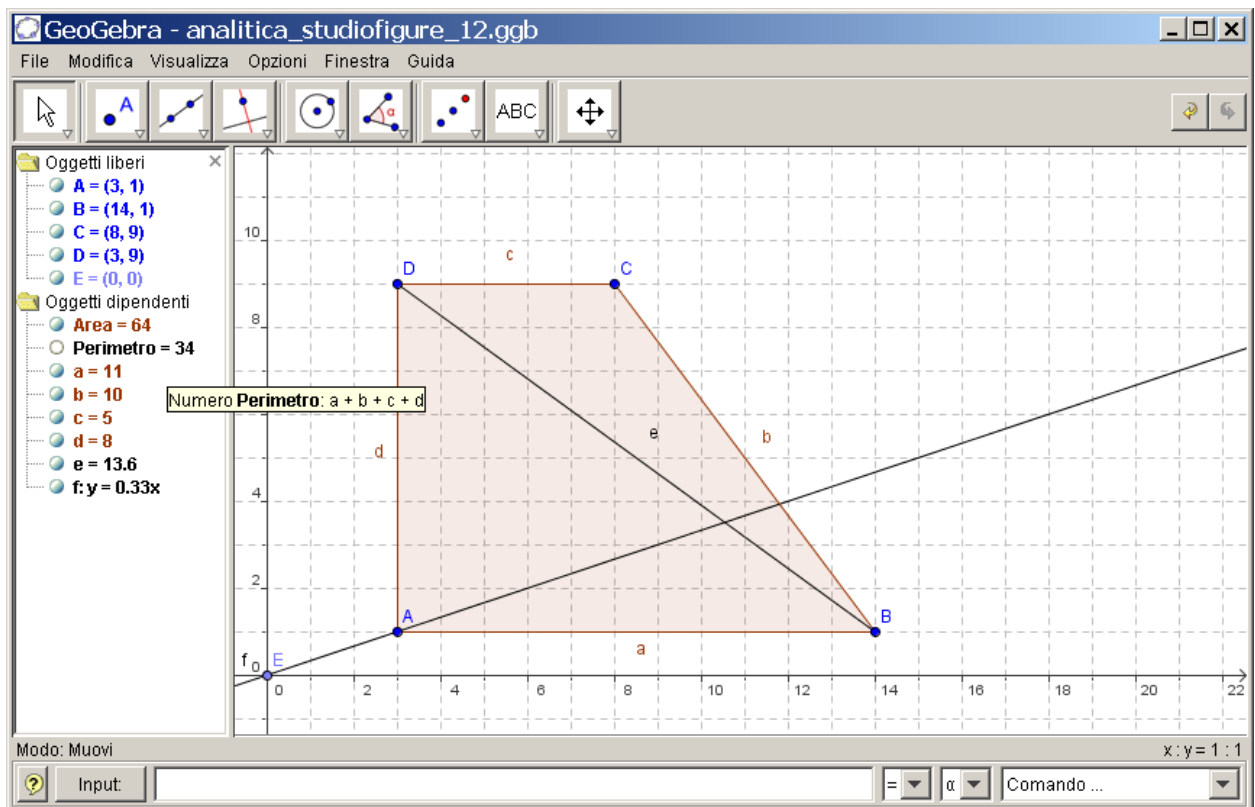
La retta  $y = -x$  non passa per nessuno dei vertici del poligono dato.

## Altri esercizi con la sola risoluzione grafica

Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(3; 1), B(14; 1), C(8; 9) e D(3; 9).

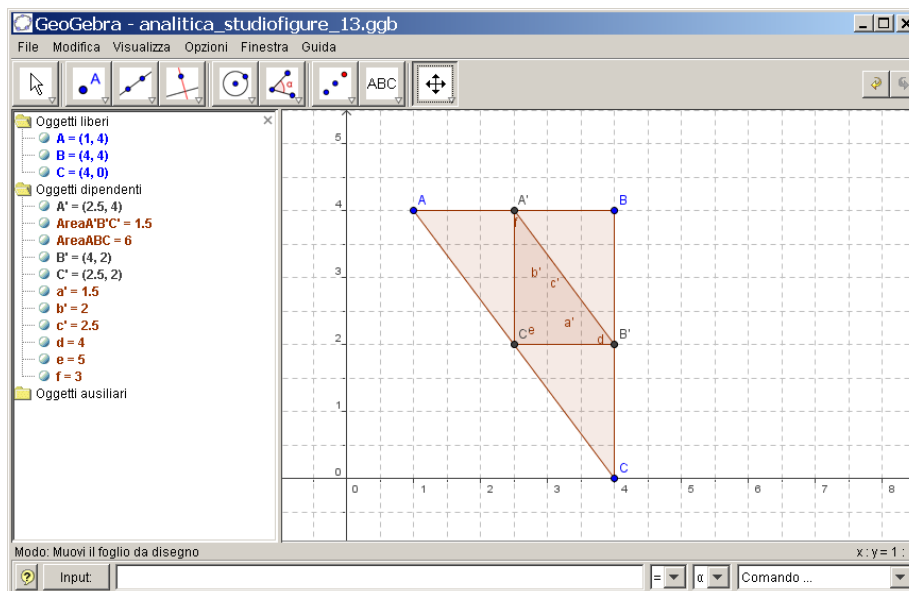
[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_12.ggb](#)

Legge di Ohm: <http://ishtar.df.unibo.it/em/elet/resistenza.html>]



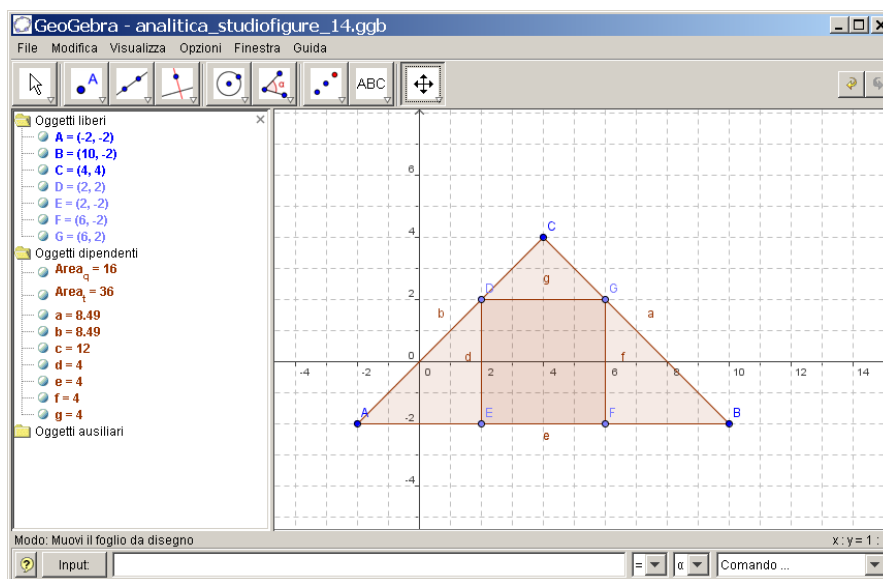
Disegna su di un piano cartesiano il triangolo avente per vertici i seguenti punti  $A(1; 4)$ ,  $B(4; 4)$ ,  $C(4; 0)$ . Individuate i punti medi  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  e indicate le loro coordinate. Disegnate il triangolo  $A'B'C'$  avente per vertici i punti medi del triangolo  $ABC$  e verificate che il suo perimetro è la metà di quella del triangolo  $ABC$ .

[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_13.ggb](#)]



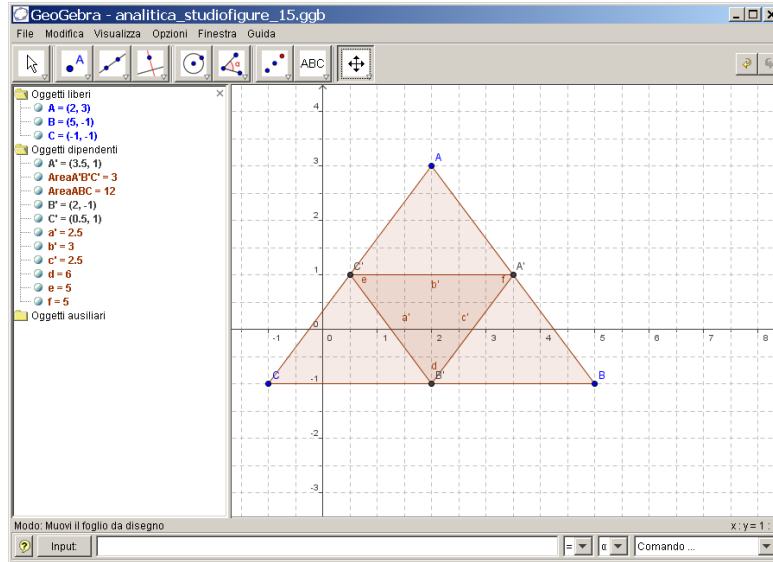
Disegna su di un piano cartesiano il triangolo isoscele avente per vertici di base i punti  $A(-2; -2)$  e  $B(10; -2)$  e sapendo che l'altro punto è posto nel primo quadrante. Trovare la misura dell'area e del perimetro del quadrato inscritto nel triangolo e con un lato sulla sua base.

[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_14.ggb](#)]



Disegna su di un piano cartesiano il triangolo avente per vertici i seguenti punti  $A(2; 3)$ ,  $B(5; -1)$ ,  $C(-1; -1)$ . Individuate i punti medi  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$  e indicate le loro coordinate. Disegnate il triangolo  $A'B'C'$  avente per vertici i punti medi del triangolo  $ABC$  e verificate che il suo perimetro è la metà di quella del triangolo  $ABC$ . Calcolate le aree dei due poligoni.

[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_15.ggb](#)]

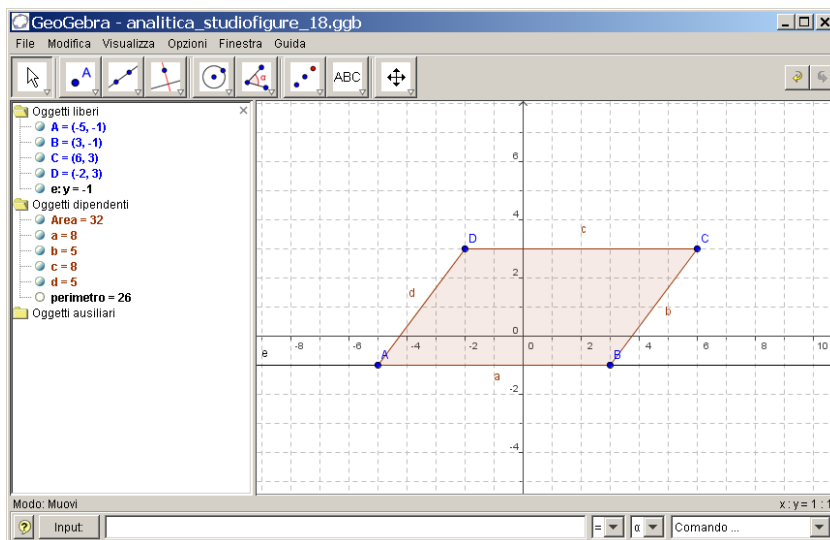




Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti  $A(-5; -1)$ ,  $B(3; -1)$ ,  $C(6; 3)$  e  $D(-2; 3)$ . Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $y=-1$  e stabilisci se e in quali punti tocca il poligono dato.

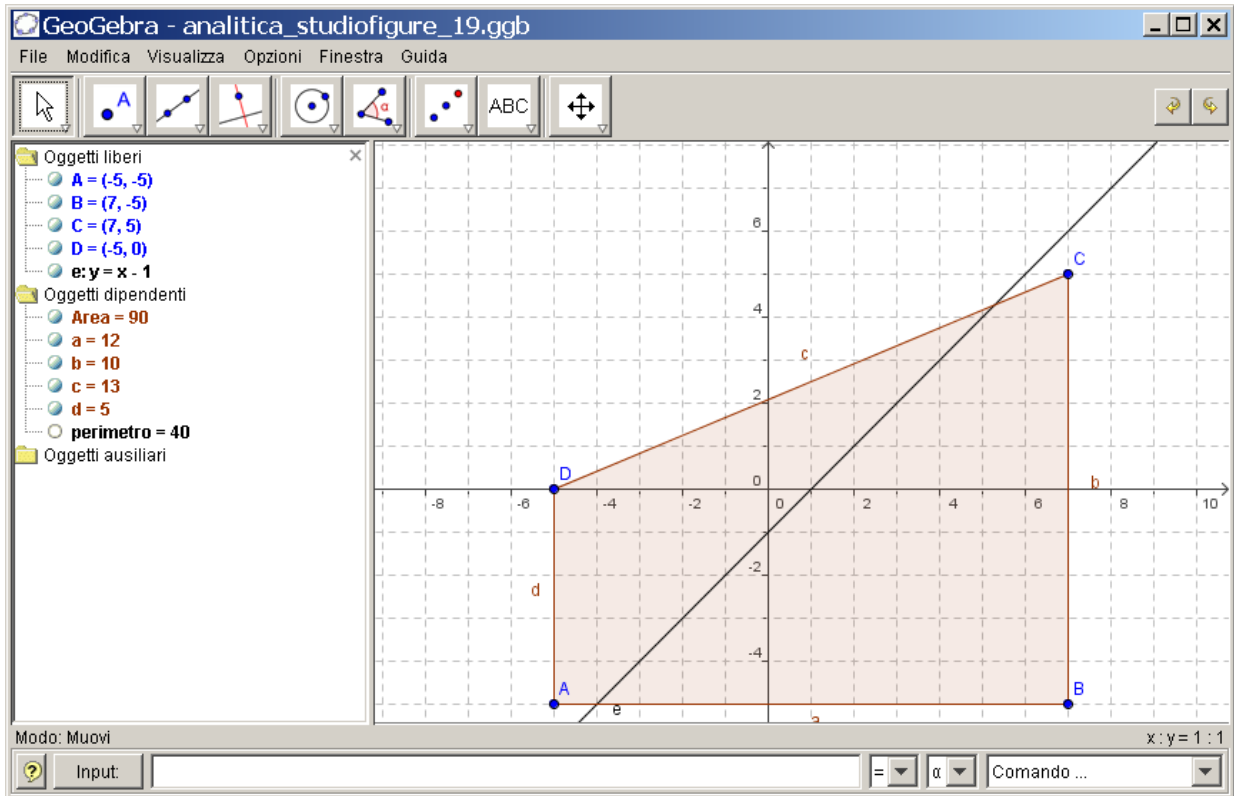
[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_18.ggb](#)]



Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti  $A(-5; -5)$ ,  $B(7; -5)$ ,  $C(7; 5)$  e  $D(-5; 0)$ . Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $y=x-1$ .

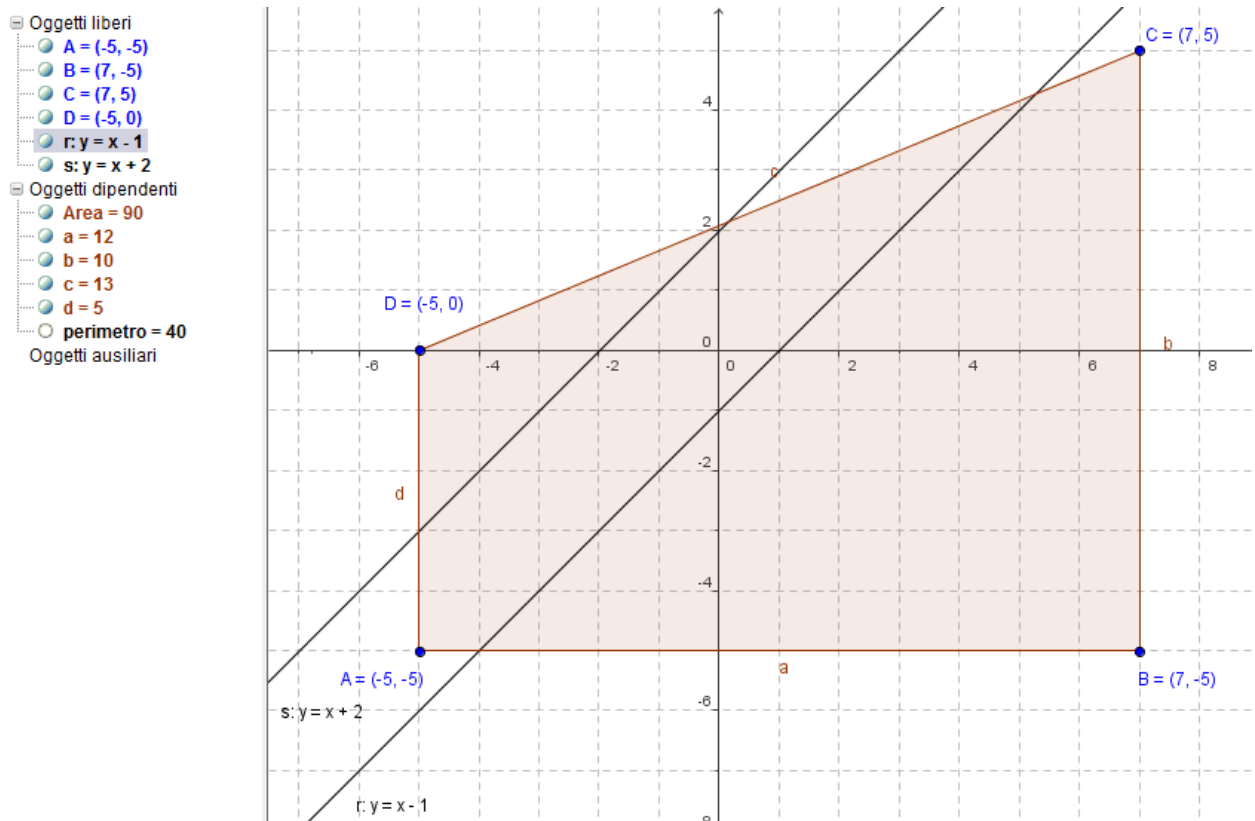
[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_19.ggb](#)]



Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti  $A(2; -6)$ ,  $B(2; 6)$  e  $C(-3; 6)$ . Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcola la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

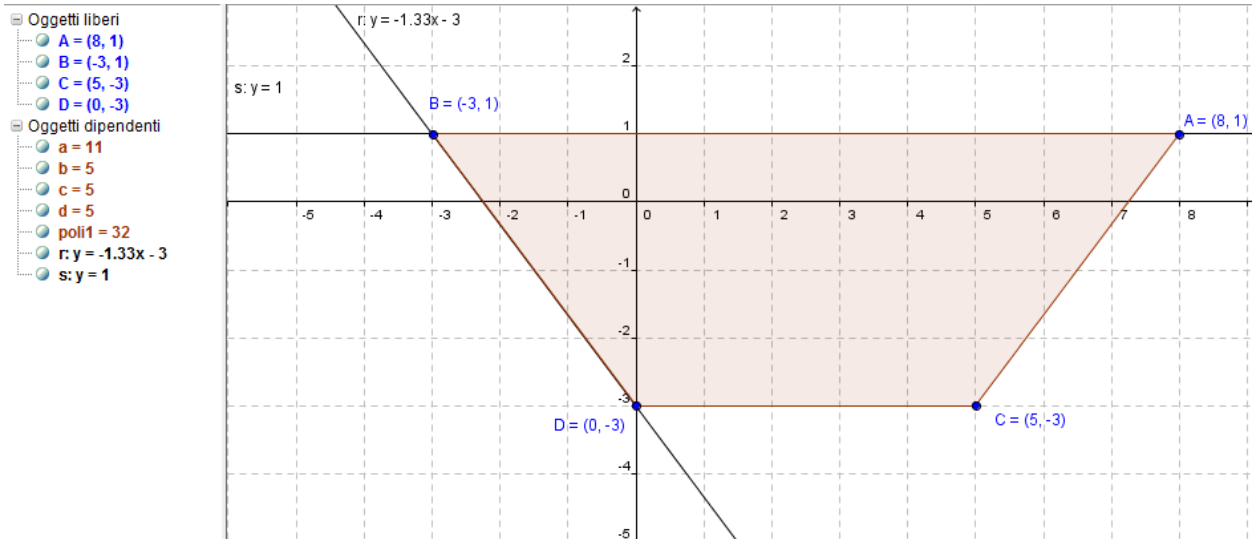
Rappresenta sullo stesso piano cartesiano la retta di equazione  $r: y = x - 1$  e  $s: y = x + 2$ . Come sono tra di loro le due rette?

[Soluzione grafica: [Download file analitica\\_studiofigure\\_19.ggb](#)]





Disegna su di un piano cartesiano il poligono avente per vertici i seguenti punti A(8; 1), B(-3; 1), C(5; -3) e D(0; -3). Dopo aver indicato di che poligono si tratta calcolane la misura dei suoi lati, il suo perimetro, la sua area.

Rappresenta sullo stesso piano cartesiano le rette  $r: y = -\frac{4}{3}x - 3$  e  $s: y = 1$ . Individua dove si incontrano le due rette.



## Keywords

 *Matematica, Geometria, Geometria analitica, Sistema di riferimento cartesiano*

 *Math, Geometry, Cartesian coordinate system*

 *Matemática, Coordenadas cartesianas, geometría analítica, geometría*

 *Mathématique, géométrie, Coordonnées cartésiennes*

 *Mathematik, Geometrie, Kartesisches Koordinatensystem*