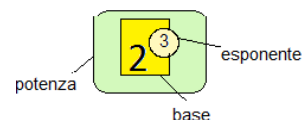


L'elevamento a potenza è un'operazione che associa a due numeri, dati in un dato ordine e detti base e esponente, un terzo numero, detto potenza, che si ottiene moltiplicando la base per se stessa tante volte quando indica l'esponente.



$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdots \frac{a}{b}\right)}_{n \text{ volte}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{0}{b}\right)^n = 0^n = 1 \quad \forall n > 0, b \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \quad a \neq 0, b \neq 0$$

Qualsiasi potenza con esponente 1 è la base.

Qualsiasi potenza con base 1 è 1.

Qualsiasi potenza con base 0 ed esponente maggiore di 0 è 0.

Qualsiasi potenza con esponente 0 e base diversa da 0 è pari a 1.

Le potenze di 10 si ottengono scrivendo dopo l'unità

La potenza  $0^0$  è priva di significato (sci.math FAQ: What is  $0^0$ ?).

### Prodotto di potenze con la stessa base

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32 \rightarrow 8 \cdot 4 = 32 \rightarrow 2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2^5$$

Il prodotto di potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la **somma** degli esponenti.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{3 \text{ volte}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{4 \text{ volte}} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{7 \text{ volte}} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{1^7}{2^7} = \frac{1}{128}$$

### Quoziente di potenze con la stessa base

$$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2 = 9 \rightarrow 81 : 9 = 9 \rightarrow 3^4 : 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3) = (3 \cdot 3 \cdot 3) : (3) = 3^2$$

Il quoziente di potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la **differenza** degli esponenti.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)}_{5 \text{ volte}} : \underbrace{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)}_{3 \text{ volte}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9} \quad \left(\frac{2}{3} : \frac{2}{3}\right) = 1$$

### Potenza di una potenza

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 \rightarrow 4^3 = 64 \rightarrow (2 \cdot 2)^3 = (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) = 2^6$$

La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il **prodotto** degli esponenti.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)^3 = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{2 \text{ volte}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{2 \text{ volte}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{2 \text{ volte}} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{6 \text{ volte}} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

### Prodotto e quoziente di potenze con lo stesso esponente

Il prodotto di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il **prodotto** delle basi.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\left(\frac{3}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{3}\right)^3 = \left(\frac{4}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Il quoziente di potenze con lo stesso esponente è una potenza che ha per esponente lo stesso esponente e per base il **quoziente** delle basi.

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$\left(\frac{4}{15}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{4}{15} : \frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{4^2}{15 \cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{6}{15}\right)^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

### Potenza di una potenza con esponente negativo

La potenza di una potenza con esponente negativo è una potenza che ha per base l'inverso della base e per esponente lo stesso esponente senza segno.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$