

In matematica con la lettera e si indica la costante detta **numero di Eulero** o **numero di Nepero**. Il numero di Eulero è un **numero irrazionale trascendente** ($e \approx 2,71828 \dots$), non esprimibile quindi come frazione o come numero decimale periodico.

Eulero (Leonhard Euler, Basilea, 15 aprile 1707 – San Pietroburgo, 18 settembre 1783) propone due espansioni di frazioni continue per il calcolo approssimato del numero irrazionale e .

La prima è la seguente.

$$e - 1 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \dots}}}}}}}}}$$

Calcola

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}}}$$

La seconda espansione proposta da Eulero è la seguente.

$$\frac{e - 1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{10 + \frac{1}{14 + \frac{1}{18 + \dots}}}}}}$$

Calcola

$$\frac{e - 1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{10 + \frac{1}{14}}}}}}$$

Giorgio Rabbeno nel 1935 ha scritto per ricordarne le prime cifre la seguente poesia.

*Ai modesti o vanitosi
ai violenti o timorosi
do, cantando gaio ritmo,
logaritmo...*

$e = 2,71828 18284 59$

Sequenza [A003417](#) dell'OEIS.

L'identità di Eulero lega tra loro i numeri e , i , π , 1 e 0:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Questa identità venne ritenuta da Richard Feynman "*la più bella formula di tutta la matematica*".

SOLUZIONI

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{9}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{9}{23}} = 1 + \frac{23}{32} = \frac{55}{32}$$

$$e - 1 = \frac{55}{32} \rightarrow e = \frac{55}{32} + 1 = \frac{87}{32} \approx 2,718$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{14}{141}}} = \frac{1}{1 + \frac{141}{860}} = \frac{860}{1001}$$

$$\frac{e - 1}{2} = \frac{860}{1001} \rightarrow e = \frac{860}{1001} \cdot 2 + 1 \approx 2,718$$