Operazione con le frazioni	*Esempio*	*Note e casi particolari*

RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI
Per la **proprietà fondamentale** delle frazioni, moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per uno stesso numero naturale, diverso da zero, si ottiene una **frazione equivalente** a quella data.
 	
Per **semplificare** e **ridurre ai minimi termini** una frazione si dividono numeratore e denominatore o usando i criteri di divisibilità più volte o per il loro **MCD**. La frazione ridotta è detta **irriducibile.**
$\left[\frac{2}{3}\right] = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots\right\}$
	$\frac{\cancel{36}^{18}}{\cancel{42}_{21}} = \frac{\cancel{18}^{6}}{\cancel{21}_{7}} = \frac{6}{7}$
	
	`-> divido prima per 2 e poi per 3`
	
	`=> oppure subito per 6 che è il`
	$M.C.D.(36;\ 42) = 2 \cdot 3 = 6$
	$36 = 2^2 \cdot 3^2$
	$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
	
	`Il M.C.D. si trova scomponendo in fattori primi i termini e prendendo solo i fattori comuni con l'esponente minore.`
		Non sempre per l'addizione e la sottrazione occorre ridurre le frazioni.
		
		$\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1}{30} + \frac{1}{5} = \frac{1+6}{30}$
		Non occorre ridurre 3/15 a 1/5 $\left(\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{15}_5}\right)$
		essendo il mcd tra i denominatori 30.
		$\frac{1}{30} + \frac{3}{15} = \frac{1+6}{30}$
		
		m.c.m.(30, 15) = 20

ADDIZIONE e SOTTRAZIONE Si riducono le frazioni ai minimi termini. Si trova il **mcm** dei denominatori, il **minimo comune denominatore** (**mcd**). Dividi il mcd per ciascun denominatore e moltiplica il risultato per ciascun numeratore (*ciò significa applicare la proprietà fondamentale e **ridurre tutte le frazioni allo stesso denominatore***). Somma per l'addizione e sottrai per la sottrazione i numeratori risultanti. Vedi: Confronto tra frazioni.	$\frac{3}{6} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3}$ $6 = 2 \cdot 3; \quad 15 = 3 \cdot 5; \quad 3 = 3$ $m.c.d. = m.c.m.(6,15,3) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ $\frac{3}{6} + \frac{2}{15} - \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3 + 2 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{30} =$ $= \frac{15 + 4 - 10}{30} = \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{30}_{10}} = \frac{3}{10}$ `Il m.c.d. (m.c.m. dei denominatori), scomposti in fattori primi i denominatori, si considerano tutti i fattori una sola volta, presi con l'esponente maggiore.`	*La somma e la differenza di frazioni con lo stesso denominatore è immediata.* *I numeri interi è come avessero denominatore 1.* $3 + \frac{1}{2} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{3}$ *La somma di frazioni opposte da come risultato zero.* $\frac{5}{7} - \frac{5}{7} = 0$
MOLTIPLICAZIONE Il prodotto si ottiene moltiplicando: - numeratore per numeratore; - denominatore per denominatore In pratica per i calcoli, si esegue, se possibile, la **SEMPLIFICAZIONE IN CROCE** (proprietà invariantiva)	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{18}_9} = \frac{5}{9}$ **Allo stesso risultato si perviene semplificando in “croce”!** $\frac{\cancel{2}^1}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$	*La moltiplicazione di due frazioni una inversa dell'altra è l'unità.* $\frac{12}{7} \cdot \frac{7}{12} = 1$ Si semplificano le moltiplicazioni sia in croce sia applicando la proprietà invariantiva. La moltiplicazione è commutativa.
DIVISIONE Il quoziente di due frazioni si ottiene, nel modo più semplice, moltiplicando la prima per l'INVERSO della seconda (reciproca). In pratica per i calcoli, si esegue , se possibile, la **SEMPLIFICAZIONE IN LINEA** (proprietà invariantiva) **FRAZIONI a termini frazionari** $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{2}{3} \cdot \underbrace{\frac{5}{6}}_{inverso} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{18}_9} = \frac{5}{9}$ **Allo stesso risultato si perviene semplificando in “linea”!** $\frac{\cancel{2}^1}{3} : \frac{\cancel{6}^3}{5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = \frac{5}{9}$	*Il quoziente di frazioni uguali è l'unità.* ATTENTI a casi come questo: $1 : \frac{6}{5} = \frac{5}{6}$ Non si presta spesso attenzione a invertire il quoziente ottenuto se il dividendo è 1. $\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{5}^1} : \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{5}_1} = 1 : \frac{3}{1} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$
ELEVAMENTO a POTENZA La potenza si ottiene attribuendo al numeratore e al denominatore l'esponente indicato. **Valgono tutte le proprietà note per le potenze.** $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3+2} \qquad \left(\frac{4}{5}\right)^3 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{3-2}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}\right)^3 \qquad \left(\frac{12}{5}\right)^4 : \left(\frac{6}{5}\right)^4 = \left(\frac{12}{5} : \frac{6}{5}\right)^4$ …	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots}_{n\ volte} = \frac{a^n}{b^n}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}_{2\ volte} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$	Presta attenzione alle seguenti differenze. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \neq \frac{2^2}{3} \neq \frac{2}{3^2}$ $\frac{4}{9} \neq \frac{4}{3} \neq \frac{2}{9}$ Anche per la radice quadrata e il logaritmo valgono le stesse regole. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
Esponente frazionario e radicali Le **radici** possono essere espresse in forma di **potenze a esponente frazionario.**	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ Esempio $\quad 2^{\frac{1}{2}} = 2^{0,5} = \sqrt{2}$ $(\sqrt{3})^2 = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 3^{\frac{1}{2} \cdot 2} = 3^1 = 3$	Considera, infatti, che la radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza e che si può estendere la proprietà della potenza di potenza agli esponenti frazionari.