

Estrazione di un fattore da un radicale

L'**estrazione di radice** non sempre ha risultato nell'insieme \mathbb{N} o \mathbb{Q} dei numeri razionali. In questi casi si origina un numero decimale illimitato non periodico, detto **numero irrazionale**.

La radice non è, quindi, un'operazione interna all'insieme \mathbb{Q} ma all'insieme \mathbb{R} dei numeri reali.

Per questo, ai fini del calcolo di espressioni con i radicali, è utile estrarre un fattore da un radicale il cui radicando è esprimibile come prodotto. L'operazione di estrazione di un fattore è possibile solo se uno dei fattori del prodotto, ottenuto scomponendo in fattori primi il radicando, è elevato a un esponente maggiore o uguale all'indice della radice.

$$\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{700} = \sqrt{100 \cdot 7} = \sqrt{10^2 \cdot 7} = 10\sqrt{7}$$

$$\sqrt{800} = \sqrt{2^5 \cdot 5^2} = \sqrt{2^4 \cdot 2 \cdot 5^2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{2^5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2} = 2\sqrt[4]{2}$$

Ricorda che essendo $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ si ha che $\sqrt{2^{10}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5$ e che $\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2$.

Somma algebrica di radicali

Non è sempre possibile sommare algebricamente due radicali.

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5 \neq \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \neq \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$$

Due radicali si dicono "**simili**" se hanno uguale sia l'indice sia il radicando.

La somma algebrica di due o più radicali simili è un radicale simile a quelli dati e avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti.

$$x^n \sqrt[n]{a} + y^n \sqrt[n]{a} = (x + y)^n \sqrt[n]{a}$$

Esempi

$$5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + \sqrt{2}) = (5 + 2)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$2\sqrt[4]{3} + 3\sqrt[4]{3} = (\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{3}) + (\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{3}) = (2 + 3)\sqrt[4]{3} = 5\sqrt[4]{3}$$

NB >> Se due radicali NON sono simili, la loro somma si lascia indicata e NON si possono ridurre in alcun modo a un unico radicale.

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{2}$$

$$2\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{3}$$

In generale $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

In alcuni radicali è possibile portare dentro e fuori radice alcuni fattori ottenendone di simili.

$$\sqrt{8} + \sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} + \sqrt{2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = (2 + 1)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{60} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 15} + \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} + \sqrt{15} = 2\sqrt{15} + \sqrt{15} = (2 + 1)\sqrt{15} = 3\sqrt{15}$$

Esempi

$$5\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$= (5 + 2)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} =$$

$$= (5 - 1)\sqrt{2} + (4 - 3)\sqrt{3} =$$

$$= 4\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{3} + \sqrt[3]{5} - 2\sqrt{3}$$

Individuo i radicali simili.

$$= 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$= (2 - 1)\sqrt{5} + (3 + 1)\sqrt[3]{5} + (2 - 2)\sqrt{3} =$$

$$= \sqrt{5} + 4\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt{8} + \sqrt{32}$$

$$= \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} = \quad \text{oppure} \quad \sqrt{2^3} + \sqrt{2^5}$$

$$= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} =$$

$$= (2 + 4)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{810} + \sqrt{200}$$

$$= \sqrt{81 \cdot 10} + \sqrt{2 \cdot 100} = \quad \text{oppure} \quad \sqrt{2 \cdot 3^4 \cdot 5} + \sqrt{2^3 \cdot 5^2}$$

$$= \sqrt{81} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 9\sqrt{10} + 10\sqrt{2}$$

Riferimenti


[it.wikipedia.org/wiki/Estrazione di fattori dal segno di radice](https://it.wikipedia.org/wiki/Estrazione_di_fattori_dal_segno_di_radice) (con il contributo di UbiMath)


[it.wikibooks.org/wiki/Matematica per le superiori/Radicali](https://it.wikibooks.org/wiki/Matematica_per_le_superiori/Radicali)


www.webalice.it/francesco.daddi/files/trasporto_fuori_radice.pdf


x Anna B. chenonsidevepreoccuparedeiradicalimadellaciocolatacadafattaconfarina...


Keywords

 *Matematica, Aritmetica, espressioni, numero irrazionale, irrazionali, numero reale, elevamento a potenza, base, esponente, potenza, proprietà delle potenze, estrazione di radice quadrata, radicali, estrazione di radice, radice quadrata, quadrati perfetti, radice quadrata a mano, I, radq(), Nepero*

 *Math, Arithmetic, Expression, Irrational number, Real number, Arithmetic Operations, Raise to a Power, base, exponent, power, Solved expressions with raise to a power, square root, roots, sqr(), sqrt()*

 *Matemática, Aritmética, potencia, expresiones, potencias, propiedades de las potencias, Potencias y expresiones, Raíz, Raíz cuadrada, logaritmo*

 *Mathématique, Arithmétique, Expression, Exercices de calcul et expression avec des puissances, propriété des puissances, Racine, Racine carrée, logarithme*

 *Mathematik, Arithmetik, Potenz, Rechenregeln, Allgemeinere Basen, Allgemeinere Exponenten, Radizierung, Quadrat-Radizierung, Basen, Exponenten, Radizierung, Quadrat-Radizierung, Logarithmus*