

Le operazioni inverse dell'elevamento a potenza

L'elevamento a potenza ammette due operazioni inverse:

l'**estrazione di radice**: $a = \sqrt[n]{b}$

il **logaritmo**: $n = \log_a b$

Con l'operazione di **estrazione di radice** si cerca la base, noti la potenza e l'esponente.

noti $a, b \rightarrow \sqrt[n]{a} = b \rightarrow b^n = a$

Esempio: $\sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow a^3 = 8 \rightarrow 2^3 = 8$

Con l'operazione di **logaritmo** si cerca l'esponente noti la potenza e la base.

noti $a, b \rightarrow \log_a b = n \rightarrow a^n = b$

Esempio: $\log_2 8 = 3 \rightarrow 2^n = 8 \rightarrow 2^3 = 8$

Estrazione di radice

E' detta radice aritmetica ennesima (a, anche, di indice n) o **radicale** di un numero reale a , un secondo numero reale (se esiste), b , tale che la potenza ennesima di questo sia uguale ad a .

Si scrive $\sqrt[n]{a} = b$ che equivale a scrivere $b^n = a$

Il numero a che compare sotto il segno di radice è detto **radicando**.

Il numero n che compare nel simbolo di radice è detto **indice** del radicale.

L'indice 2 si omette e costituisce il caso particolare della **radice quadrata**.

Un radicale può essere posto sotto la forma $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Esempio: $2^3 = 8 \rightarrow \underbrace{\sqrt[3]{8}}_{x^3=8} = 2$ $4^2 = 16 \rightarrow \underbrace{\sqrt{16}}_{x^2=16} = 2$

L'operazione di estrazione di radice **non è interna all'insieme** \mathbb{N} ! L'insieme \mathbb{N} non è chiuso rispetto all'operazione di estrazione di radice.

Proprietà

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^{m+n}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = a^{-\frac{m}{n}}$$

Logaritmo

Dicesi logaritmo di un numero, in una data base, l'esponente $n \neq 1$, cui si deve elevare la base per ottenere il numero dato.

Se fra tre numeri $a > 1$, $b > 0$ e n intercede una relazione esponenziale del tipo $a^n = b$

n è detto **logaritmo in base a di b** , e si scrive: $\log_a b = n \rightarrow a^n = b$.

Esempio: $\underbrace{\log_2 8}_{2^x=8} = 3 \rightarrow 2^3 = 8$

L'operazione di logaritmo **non è interna a \mathbb{N}** !

L'insieme \mathbb{N} non è chiuso rispetto all'operazione di logaritmo.

Proprietà

Per la definizione di logaritmo abbiamo che:

$$b = a^{\log_a b}$$

Non esiste il logaritmo di un numero negativo o nullo.

$$\log_m(a \cdot b) = \log_m a + \log_m b$$

$$\log_m\left(\frac{a}{b}\right) = \log_m a - \log_m b$$

$$\log_m a^k = k \cdot \log_m a$$

$$\log_m \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \log_m a$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^n = n$$

$$b = c \rightarrow \log_a b = \log_a c$$

Le proprietà dei logaritmi sono applicabili solo se gli argomenti sono positivi, in caso contrario vanno opportunamente corrette.

Esempio: $\log_a(b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c|$ purché $b \cdot c > 0$.

Non esiste alcuna proprietà applicabile alle seguenti espressioni:

$$\log_a(b+c), \quad \log_a(b-c), \quad \log_a b \cdot \log_a c, \quad \log_a b / \log_a c$$

Basi più comuni

Anche se in linea di principio i logaritmi possono essere calcolati in qualunque base (diversa da 1), quelle più utilizzate sono tre:

- base 10 (logaritmi decimali o volgari o di Briggs), usati per le operazioni di calcolo; li si indica con \log_{10} , più genericamente con \log , più raramente con Log .
- base e (logaritmi naturali o neperiani), usati in analisi infinitesimale; li si indica con \ln .
- base 2 (logaritmi binari).

Formula del cambiamento di base

Noto il valore di un logaritmo in una base, si può calcolarne il valore in un'altra base (spesso le calcolatrici danno il logaritmo solo in basi 10 ed e) nel modo seguente.

Se b , x , e k sono tutti numeri reali positivi (con $b \neq 1$ e $k \neq 1$) e k è una base qualsiasi:

$$\log_b x = \frac{\log_k x}{\log_k b}$$

Link

Logaritmi

www.isit100.fe.it/~maccaferri.m/unife/lucidi/logaritmi.rtf

Logaritmi (Wikipedia)

it.wikipedia.org/wiki/Logaritmo

Radicale (Wikipedia)

it.wikipedia.org/wiki/Radicale_%28matematica%29


Radice quadrata (Wikipedia)


it.wikipedia.org/wiki/Radice_quadrata


Logaritmi. Come fare... ([Explaining Lagarithms](#))


www.mathlogarithms.com/


Keywords

 *Matematica, Aritmetica, espressioni, numero irrazionale, irrazionali, numero reale, elevamento a potenza, base, esponente, potenza, proprietà delle potenze, estrazione di radice quadrata, radicali, estrazione di radice, radice quadrata, quadrati perfetti, radice quadrata a mano, I, radq(), Nepero*

 *Math, Arithmetic, Expression, Irrational number, Real number, Arithmetic Operations, Raise to a Power, base, exponent, power, Solved expressions with raise to a power, square root, roots, sqr(), sqrt()*

 *Matemática, Aritmética, potencia, expresiones, potencias, propiedades de las potencias, Potencias y expresiones, Raíz, Raíz cuadrada, logaritmo*

 *Mathématique, Arithmétique, Expression, Exercices de calcul et expression avec des puissances, propriété des puissances, Racine, Racine carrée, logarithme*

 *Mathematik, Arithmetik, Potenz, Rechenregeln, Allgemeinere Basen, Allgemeinere Exponenten, Radizierung, Quadrat-Radizierung, Basen, Exponenten, Radizierung, Quadrat-Radizierung, Logarithmus*