



Raccolta di problemi di massimo e minimo (M.C.D. e m.c.m.).

Completi di soluzione guidata.

Highest Common Factor (Greatest Common Factor) and Lowest Common Multiple (Least Common Multiple)

1.

Due pezze di stoffa misurano 28 m e 35 m. Si intende ricavare dalle pezze dei tagli di stoffa della lunghezza massima possibile, uguali tra loro e senza avere scarti.

Quale sarà la lunghezza dei tagli? Quanti tagli si riescono a ricavare da ogni pezza?

[SOLUZIONE](#)

2.

Due ciclisti si sfidano in pista. Partono contemporaneamente in un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 90 secondi e 81 secondi.

Dopo quanti secondi, supponendo che mantengano tempi costanti nei successivi giri, si ritroveranno allineati di nuovo sulla linea di arrivo? Quanti giri avrà fatto ognuno?

[SOLUZIONE](#)

3.

Giovanni, il fiorista, dispone di 24 rose, 60 tulipani e 84 camelie. Quanti mazzetti uguali tra loro potrà fare e quale sarà la loro composizione?

[SOLUZIONE](#)

4.

Due aerei partono contemporaneamente dall'aeroporto di Verona e vi ritorneranno dopo aver percorso le loro rotte: il primo ogni 12 giorni e il secondo ogni 14 giorni. Dopo quanti giorni i due aerei si troveranno di nuovo insieme a Verona?

[SOLUZIONE](#)



5.

Un cartolaio dispone di 28 pennarelli, 70 matite e 84 quaderni. Quante confezioni uguali potrà fare e quale sarà la loro composizione?

[SOLUZIONE](#)

6.

Due hostess partono dallo stesso aeroporto e vi ripassano rispettivamente ogni 35 e ogni 25 giorni. A quando il prossimo incontro?

[SOLUZIONE](#)

7.

Due amiche durante una gara di resistenza passano rispettivamente ogni 26 e ogni 39 minuti al traguardo. A quando il prossimo loro incontro rimanendo le velocità costanti?

[SOLUZIONE](#)

8.

I fratelli gemelli, Giacomo e Giovanni, partono contemporaneamente su di un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 22 secondi e in 33 secondi. Se la gara durerà 30 minuti e i tempi restano costanti, dopo quanto i due si ritroveranno sulla linea di arrivo?

[SOLUZIONE](#)

9.

Andrea fa la raccolta di libri di G. Stilton ne esce uno nuovo ogni 14 giorni. Acquista anche un giornalino che esce ogni 10 giorni. Ogni quanti giorni acquista il libro e il giornalino assieme?

[SOLUZIONE](#)

10.

Una cometa passa in prossimità della terra ogni 270 anni, una seconda ogni 240 anni e una terza ogni 750 anni. Gli indovini raccontano come le potremo vedere, quest'anno, tutte e tre insieme solcare il cielo nella notte seguente il compito di matematica, in una qualsiasi prima media di questo travagliato mondo. Tu che sai leggere gli astri e indagare il futuro, dimmi se mai le potrò rivedere e quando?

[SOLUZIONE](#)

11.

Giacomo e Giovanni dispongono nella loro cartoleria di 1920 pennarelli, 1440 matite e 4320 quaderni quante confezioni uguali potrebbe fare un grossista e quale sarebbe la loro composizione?

[SOLUZIONE](#)

12.

Giovanni deve recintare l'orto dello zio Giuseppe, detto Bepi, con degli alberi che risultino equidistanti tra loro. I lati dell'orto sono lunghi rispettivamente 124 m, 220 m, 44 m e 204 m. Gli alberi devono essere posti alla massima distanza e uno per ogni angolo dell'orto. Calcola quanti alberi occorrono e quanto deve spendere se ogni albero costa 75,00 euro.

[SOLUZIONE](#)

13.

Giacomo ha acquistato per le ragazze della sua scuola la bellezza di 840 rose rosse e 360 rose bianche e deve suddividerle in mazzetti d'uguale composizione. Quanti mazzetti otterrà e quale la loro composizione? (Sapresti applicare il metodo di Euclide a questo problema...)

[SOLUZIONE](#)

14.

Giovanni ha acquistato per le ragazze della sua scuola la bellezza di 1476 rose rosse e 984 rose bianche e deve suddividerle in mazzetti di uguale composizione. Quanti mazzetti otterrà e quale la loro composizione? (Sapresti applicare il metodo di Euclide a questo problema...)

[SOLUZIONE](#)

15.

Giacomo deve recintare l'orto dello zio Giuseppe, detto Bepi, con degli alberi che risultino equidistanti tra loro. I lati dell'orto sono lunghi rispettivamente 123 m, 165 m, 99 m e 102 m. Gli alberi devono essere posti alla massima distanza e uno per ogni angolo dell'orto. Calcola quanti alberi occorrono e quanto deve spendere se ogni albero costa 75,00 euro.

[SOLUZIONE](#)

16.

Per la cartoleria di GiàGiò è epoca di saldi. Disponendo di 1920 pennarelli, 1440 matite e 4320 quaderni quante confezioni uguali potrebbero fare i cartolai e quale sarebbe la loro composizione?

[SOLUZIONE](#)

17.

Una cometa passa in prossimità della terra ogni 540 anni, una seconda ogni 630 anni e una terza ogni 810 anni. Gli indovini raccontano come le potremo vedere, quest'anno. Quando si potranno rivedere insieme e quando?

[SOLUZIONE](#)

18.

Michele e Giampi, nonostante l'età, amano sfidarsi ancora in bici. Partono contemporaneamente su di un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 26 secondi e in 39 secondi. Dovendo misurarsi su un tempo di 20 minuti, dopo quanti secondi, mantenendo velocità costanti, i due si ritroveranno allineati sulla linea di arrivo?

[SOLUZIONE](#)

19.

Un'astronave di terribili alieni passa in prossimità della terra ogni 385 anni, una seconda ogni 2275 anni e una terza ogni 70 anni. Ogni quanto gli alieni ripasseranno in prossimità della terra?

[SOLUZIONE](#)

20.

Il Saulo e la Bea devono ripartire in pacchi uniformi 144 giocattoli da devolvere in beneficenza. Disponendo di 60 orsetti, di 48 trenini e di 36 giochi di scacchi, quante confezioni uguali riescono a inviare e quale sarà il contenuto di ogni scatola?

[SOLUZIONE](#)

21.

Alberto e la Maria dispongono di un vassoio di caramelle miste sempre disponibili per gli ospiti. Disponendo di 60 caramelle alla menta, 48 caramelle al miele e 36 caramelle all'anice, quante persone potrebbero soddisfare dando a ognuno una scelta di caramelle uguali?

[SOLUZIONE](#)

22.

Tre ruote dentate sono unite in un ingranaggio. Se la prima ha 30 denti, la seconda 24 e la terza 15, quanti giri farà ogni ruota prima di tornare alla posizione di partenza.

[SOLUZIONE](#)

23.

Volendo disporre 144 monetine da 1 lira, 108 monetine da 5 lire della Repubblica e 210 monetine da 10 centesimi di Vittorio Emanuele III in confezioni tutte uguali tra loro come opereresti e cosa conterrebbe ogni confezione?

[SOLUZIONE](#)

24.

Il giardino di Alfonso è circondato da tre distinti muri paralleli tra loro lunghi rispettivamente 16,2 m, 21,6 m e 28,8 m. Sopra ciascuno di essi devono essere posti dei vasi da fiori tutti alla stessa distanza tra loro. Qual è la distanza massima possibile e quanti vasi occorre disporre?

[SOLUZIONE](#)

25.

Pierpaolo, al secolo Pol, ha da sempre, che io ricordi, la passione per la fotografia. Dovresti aiutarlo a disporre le fotografie che ha classificato in 3 diversi gruppi, paesaggi 84 fotografie, persone 72 fotografie e 24 monumenti veronesi, nel maggior numero di raccoglitori possibile per fare dei regali ma in modo che questi abbiano lo stesso numero di soggetti?

[SOLUZIONE](#)

26.

Chiara in occasione della promessa scout organizzò una festa con l'aiuto di mamma Cecilia. Disponendo di 360 pasticcini, 270 pizzette e 450 bocconcini salati, quanti piatti uguali riuscì a comporre per gli inviati e cosa mise in ogni piatto?

[SOLUZIONE](#)

27.

In un parco divertimenti sono disponibili tre percorsi a cavallo della durata di 36, 24 e 54 minuti. Se i conduttori partono assieme la mattina dopo quanto riusciranno a ritrovarsi alla base di partenza per la pausa pranzo?

[SOLUZIONE](#)

28.

Un commerciante prepara dei cesti natalizi regalo. Dispone di 1260 confezioni di pasta assortita, 630 bottiglie di vino rosso e 252 di vino bianco. Se in ogni cesto deve esserci lo stesso numero dei vari elementi, quanti cesti può preparare al massimo quel commerciante e qual è la loro composizione?

[SOLUZIONE](#)

29.

Tre modelli di trenino sono fatti partire contemporaneamente da una stessa stazione. Se il primo compie il tragitto di andata e ritorno 15 secondi, il secondo in 10 secondi e il terzo in 20 secondi, dopo quanto saranno di nuovo alla stazione di partenza nello stesso momento?

[SOLUZIONE](#)

30.

Sofia fa la raccolta di pupazzetti dagli occhi giganti e dagli occhi piccoli. Ne ha 693 con gli occhi grandi e 576 gli occhi piccoli. Per il suo compleanno se ne vuole disfare e li impacchetta in tanti pacchetti tutti uguali. Quanti ne potrà fare?

[SOLUZIONE](#)

31.

Il medico ordina una cura che prevede di prendere una prima pastiglia quattro ore, una ogni otto ore e un'iniezione da fare una volta ogni dodici. Marco prende in farmacia il necessario e prende le prime due pastiglie, una per tipo, e si fa fare l'iniezione. Dopo quante ore ripeterà i tre farmaci ancora assieme e quante volte accadrà questo nei quattro giorni prescritti per la cura?

[SOLUZIONE](#)

Soluzioni

Due pezze di stoffa misurano 28 m e 35 m. Si intende ricavare dalle pezze dei tagli di stoffa della lunghezza massima possibile, uguali tra loro e senza avere scarti.
Quale sarà la lunghezza dei tagli?
Quanti tagli si riescono a ricavare da ogni pezza?

Problema di MCD

$$D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$D_{35} = \{1, 5, 7, 35\}$$

Trovo la lunghezza massima di un ritaglio di stoffa

$$\text{MAX}(D_{28} \cap D_{35}) = 7 \text{ m}$$

Trovi i tagli da 7 m che sono ottenibili dalle pezze di stoffa da 28 m e 35 m

$$28 : 7 = 4 \text{ tagli}$$

$$35 : 7 = 3 \text{ tagli}$$

Oppure

$$28 = 2^2 \cdot 7 \rightarrow \frac{28}{7} = 4$$

$$35 = 5 \cdot 7 \rightarrow \frac{35}{7} = 5$$

$$\text{M.C.D.}(28, 35) = 7 \rightarrow \frac{28 + 35}{7} = 9 \text{ tagli}$$

Due ciclisti si sfidano in pista. Partono contemporaneamente in un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 90 secondi e 81 secondi.

Dopo quanti secondi, supponendo che mantengano tempi costanti nei successivi giri, si ritroveranno allineati di nuovo sulla linea di arrivo?

Quanti giri avrà fatto ognuno?

Problema di mcm

Trovo i multipli di 90 e 81

$$M_{90} = \{90; 180; 270; 360; 450; 540; 630; 720; \mathbf{810}; 900; 990; \dots\}$$

$$M_{81} = \{81; 162; 243; 324; 405; 486; 567; 648; 729; \mathbf{810}; 891; \dots\}$$

Trovo dopo quanto si ritrovano la prima volta

$$\text{MIN}(M_{90} \cap M_{81}) = \mathbf{810} \text{ s} = 13 \text{ min } 30 \text{ s}$$

Trovo quanti giri avrà compiuto ognuno

$$810 : 81 = 10 \text{ giri}$$

$$810 : 90 = 9 \text{ giri}$$

Oppure

$$90 = 2 \cdot \mathbf{3^2} \cdot 5$$

$$81 = \mathbf{3^4}$$

$$m.c.m.(81,90) = 2 \cdot \mathbf{3^4} \cdot 5 = 810 \text{ s}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow \frac{810}{90} = 9 \text{ giri}$$

$$81 = 3^4 \rightarrow \frac{810}{81} = 10 \text{ giri}$$

Giovanni, il fiorista, dispone di 24 rose, 60 tulipani e 84 camelie. Quanti mazzetti uguali tra loro potrà fare e quale sarà la loro composizione?

Dovendo fare più mazzetti dati dei tipi di fiori che non è possibile modificare serve fare una loro suddivisione o divisione. Si tratta di un problema che vede coinvolti evidentemente i possibili divisori delle quantità di fiori disponibili.

Problema di MCD

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$M.C.D. (24, 60, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ mazzetti}$$

$$D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$$

$$MAX (D_{24} \cap D_{60} \cap D_{84}) = 12 \text{ mazzetti}$$

Trovo la composizione dei mazzetti

$$24 : 12 = 2 \text{ rose}$$

$$60 : 12 = 5 \text{ tulipani}$$

$$84 : 12 = 7 \text{ camelie}$$

Oppure

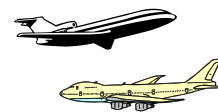
$$24 : 12 = \frac{2^3 \cdot 3}{2^2 \cdot 3}$$

$$60 : 12 = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{2^2 \cdot 3}$$

$$84 : 12 = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 7}{2^2 \cdot 3}$$

24 2	60 2x5	84 2
12 2	6 2	42 2
6 2	3 3	21 3
3 3	1	7 7
1	60 = $2^2 \cdot 3 \cdot 5$	1
24 = $2^3 \cdot 3$		84 = $2^2 \cdot 3 \cdot 7$

Due aerei partono contemporaneamente dall'aeroporto di Verona e vi ritorneranno dopo aver percorso le loro rotte: il primo ogni 12 giorni e il secondo ogni 14 giorni. Dopo quanti giorni i due aerei si troveranno di nuovo insieme a Verona?



Il problema sposta in avanti nel tempo la domanda di 12 giorni in 12 giorni e di 14 in 14 giorni. Si tratta di un problema che vede coinvolti evidentemente i multipli di 12 e 14.

Problema di mcm

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$m.c.m.(12, 14) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84 \text{ giorni}$$

$$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, \dots\}$$

$$M_{14} = \{14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, \dots\}$$

$$\text{MIN}(M_{12} \cap M_{14}) = 84 \text{ giorni}$$

12 2	14 2
6 2	7 7
3 3	1
1	14 = 2 · 7
12 = 2 ² · 3	

Un cartolaio, dispone di 28 pennarelli, 70 matite e 84 quaderni. Quante confezioni uguali potrà fare e quale sarà la loro composizione?

Problema di MCD

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$70 = 2 \cdot 7 \cdot 5$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$M.C.D. (70, 42, 28) = 2 \cdot 7 = 14 \text{ confezioni}$$

$$D_{28} = \{1, 2, 7, 4, 14, 28\}$$

$$D_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$$

$$D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$$

$$MAX (D_{28} \cap D_{70} \cap D_{84}) = 14 \text{ confezioni}$$

Trovo la composizione delle confezioni

$$28 : 14 = 2 \text{ pennarelli}$$

$$70 : 14 = 5 \text{ matite}$$

$$84 : 14 = 6 \text{ quaderni}$$

Oppure

$$28 : 14 = \frac{2^2 \cdot 7}{2 \cdot 7} = 2$$

$$70 : 14 = \frac{2 \cdot 7 \cdot 5}{2 \cdot 7} = 5$$

$$84 : 14 = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 7} = 6$$

Due hostess partono dallo stesso aeroporto e vi ripassano rispettivamente ogni 35 e ogni 25 giorni. A quando il prossimo incontro?

Problema di mcm

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$25 = 5^2$$

$$m.c.m.(35, 25) = 5^2 \cdot 7 = 175 \text{ giorni}$$

$$M_{35} = \{35, 70, 105, 140, \mathbf{175}, 210, 245, 280, 315, 350, \dots\}$$

$$M_{25} = \{25, 50, 75, 100, 125, 150, \mathbf{175}, 200, 225, 250, \dots\}$$

$$\text{MIN}(M_{35} \cap M_{25}) = 175 \text{ giorni}$$

Due amiche durante una gara di resistenza passano rispettivamente ogni 26 e ogni 39 minuti al traguardo. A quando il prossimo loro incontro rimanendo le velocità costanti?

Problema di mcm

$$26 = 2 \cdot 13$$

$$39 = 3 \cdot 13$$

$$m.c.m.(26, 39) = 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78 \text{ minuti} = 1 \text{ ora e } 18 \text{ minuti}$$

$$M_{26} = \{26, 52, \mathbf{78}, 104, 130, \mathbf{156}, 182, 208, \mathbf{234}, 260, \dots\}$$

$$M_{39} = \{39, \mathbf{78}, 117, \mathbf{156}, 195, \mathbf{234}, 273, 312, 351, 390, \dots\}$$

$$MIN(M_{26} \cap M_{39}) = 78 \text{ minuti} = 1 \text{ ora e } 18 \text{ minuti}$$

$$78 \text{ min} = 60 \text{ min} + 18 \text{ min} = 1 \text{ ora} + 18 \text{ min}$$

I fratelli gemelli, Giacomo e Giovanni, partono contemporaneamente su di un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 22 secondi e in 33 secondi. Se la gara durerà 30 minuti e i tempi restano costanti, dopo quanto i due si ritroveranno sulla linea di arrivo?

Problema di mcm

$$22 = 2 \cdot 11$$

$$33 = 3 \cdot 11$$

$$m.c.m.(22, 33) = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66 \text{ minuti} = 1 \text{ ora } 6 \text{ minuti}$$

$$M_{22} = \{22, 44, \mathbf{66}, 88, 110, \mathbf{132}, 154, 176, \mathbf{198}, 220, \dots\}$$

$$M_{33} = \{33, \mathbf{66}, 99, \mathbf{132}, 165, \mathbf{198}, 231, 264, 297, 330, \dots\}$$

$$MIN(M_{22} \cap M_{33}) = 66 \text{ minuti} = 1 \text{ ora } 6 \text{ minuti}$$

$$66 \text{ min} = 60 \text{ min} + 6 \text{ min} = 1 \text{ ora} + 6 \text{ min}$$

Andrea fa la raccolta di libri di G. Stilton ne esce uno nuovo ogni 14 giorni. Acquista anche un giornalino che esce ogni 10 giorni. Ogni quanti giorni acquista il libro e il giornalino assieme?

Problema di mcm

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$m. c. m. (14, 10) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70 \text{ giorni}$$

$$M_{14} = \{14, 28, 42, 56, \mathbf{70}, 84, 98, \dots\}$$

$$M_{10} = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, \mathbf{70}, 80, 90, 100, 110, \dots\}$$

$$MIN (M_{10} \cap M_{14}) = 70 \text{ giorni}$$

Una cometa passa in prossimità della terra ogni 270 anni, una seconda ogni 240 anni e una terza ogni 750 anni. Gli indovini raccontano come le potremo vedere, quest'anno, tutte e tre insieme solcare il cielo nella notte seguente il compito di matematica, in una qualsiasi prima media di questo travagliato mondo. Tu che sai leggere gli astri e indagare il futuro, dimmi se mai le potrò rivedere e quando?

Problema di mcm

$$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$750 = 2 \cdot 3 \cdot 5^3$$

$$\text{m.c.m. (270, 240, 750)} = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 2 \cdot 3^3 \cdot (2 \cdot 5)^3 = 54\,000 \text{ anni}$$

Giacomo e Giovanni dispongono nella loro cartoleria di 1920 pennarelli, 1440 matite e 4320 quaderni quante confezioni uguali potrebbe fare un grossista e quale sarebbe la loro composizione?

Problema di MCD

$$1920 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5$$

$$1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$4320 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$\text{MCD (1920, 1440, 4320)} = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 = 480 \text{ confezioni}$$

Trovo la composizione delle confezioni

$$1920 : 480 = 4 \text{ pennarelli}$$

$$1440 : 480 = 3 \text{ matite}$$

$$4320 : 480 = 9 \text{ quaderni}$$

Giovanni deve recintare l'orto dello zio Giuseppe, detto Bepi, con degli alberi che risultino equidistanti tra loro. I lati dell'orto sono lunghi rispettivamente 124 m, 220 m, 44 m e 204 m. Gli alberi devono essere posti alla massima distanza e uno per ogni angolo dell'orto. Calcola quanti alberi occorrono e quanto deve spendere se ogni albero costa 75,00 euro.

Problema di MCD

$$124 = 2^2 \cdot 31$$

$$220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$$

$$44 = 2^2 \cdot 11$$

$$204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$$

$$\text{MCD}(124, 220, 44, 204) = 2^2 = 4$$

Trovo il numero degli alberi per ogni lato

$$124 : 4 = 31 \text{ alberi,}$$

$$220 : 4 = 55 \text{ alberi,}$$

$$44 : 4 = 11 \text{ alberi,}$$

$$204 : 4 = 51 \text{ alberi}$$

Trovo il costo

$$\text{euro} [(31 + 55 + 11 + 51) \cdot 75] = 148 \cdot 75 = 11\,100,00 \text{ euro}$$

Giacomo ha acquistato per le ragazze della sua scuola la bellezza di 840 rose rosse e 360 rose bianche e deve suddividerle in mazzetti d'uguale composizione. Quanti mazzetti otterrà e quale la loro composizione? (Sapresti applicare il metodo di Euclide a questo problema...).

Problema di MCD

Metodo di Euclide

Metodo Euclide delle sottrazioni	Metodo Euclide delle divisioni
$840 - 360 = 480$ $480 - 360 = 120$ $360 - 120 = 240$ $240 - 120 = \mathbf{120}$ $120 - 120 = 0$ MCD (840, 360) = 120 mazzetti	$840 : 360 = 2 \text{ resto } \mathbf{120}$ $360 : 120 = 3 \text{ resto } 0$

Metodo della fattorizzazione

$$840 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{MCD}(840, 360) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \text{ mazzetti}$$

Trovo la composizione dei mazzetti

$$840 : 120 = 7 \text{ rose rosse}$$

$$360 : 120 = 3 \text{ rose bianche}$$

Giovanni ha acquistato per le ragazze della sua scuola la bellezza di 1476 rose rosse e 984 rose bianche e deve suddividerle in mazzetti di uguale composizione. Quanti mazzetti otterrà e quale la loro composizione? (Sapresti applicare il metodo di Euclide a questo problema...)

Problema di MCD

Metodo della Euclide

Metodo Euclide delle sottrazioni	Metodo Euclide delle divisioni
$1476 - 984 = 492$ $984 - 492 = \underline{492}$ $492 - 492 = 0$ MCD (840, 1360) = 492 mazzetti	$1476 : 984 = 1 \text{ resto } \underline{492}$ $984 : 492 = 2 \text{ resto } 0$

Metodo della fattorizzazione

$$1476 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 41$$

$$984 = 2^3 \cdot 3 \cdot 41$$

$$\text{MCD}(840, 1360) = 2^2 \cdot 3 \cdot 41 = 12 \cdot 41 = 492 \text{ mazzetti}$$

Trovo la composizione dei mazzetti

$$1476 : 492 = 3 \text{ rose rosse,}$$

$$984 : 492 = 2 \text{ rose bianche}$$

Giacomo deve recintare l'orto dello zio Giuseppe, detto Bepi, con degli alberi che risultino equidistanti tra loro. I lati dell'orto sono lunghi rispettivamente 123 m, 165 m, 99 m e 102 m. Gli alberi devono essere posti alla massima distanza e uno per ogni angolo dell'orto. Calcola quanti alberi occorrono e quanto deve spendere se ogni albero costa 75,00 euro.

Problema di MCD

$$123 = 3 \cdot 41$$

$$165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$99 = 3^2 \cdot 11$$

$$102 = 2 \cdot 3 \cdot 17$$

$$\text{MCD}(123, 165, 99, 102) = 3$$

Trovo il numero degli alberi per ogni lato

$$123 : 3 = 41 \text{ alberi,}$$

$$165 : 3 = 55 \text{ alberi,}$$

$$99 : 3 = 33 \text{ alberi,}$$

$$102 : 3 = 34 \text{ alberi}$$

Trovo il costo

$$[(41 + 55 + 33 + 34) \cdot 75] = 180 \cdot 75 = 12\,300,00 \text{ €}$$

Per la cartoleria di GiàGiò è epoca di saldi. Disponendo di 1920 pennarelli, 1440 matite e 4320 quaderni quante confezioni uguali potrebbero fare i cartolai e quale sarebbe la loro composizione?

Problema di MCD

$$1920 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5$$

$$1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$4320 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$MCD(1920, 1440, 4320) = 2^5 \cdot 3 \cdot 5 = 480 \text{ confezioni}$$

Trovo la composizione delle confezioni

$$1920 : 480 = 4 \text{ pennarelli}$$

$$1440 : 480 = 3 \text{ matite}$$

$$4320 : 480 = 9 \text{ quaderni}$$

Una cometa passa in prossimità della terra ogni 540 anni, una seconda ogni 630 anni e una terza ogni 810 anni. Gli indovini raccontano come le potremo vedere, quest'anno. Quando si potranno rivedere insieme e quando?

Problema di mcm

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$810 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5$$

$$m.c.m.(540, 630, 810) = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7 = 11\,340 \text{ anni}$$

Michele e Giampi, nonostante l'età, amano sfidarsi ancora in bici. Partono contemporaneamente su di un velodromo e compiono un giro rispettivamente in 26 secondi e in 39 secondi. Dovendo misurarsi su un tempo di 20 minuti, dopo quanti secondi, mantenendo velocità costanti, i due si ritroveranno allineati sulla linea di arrivo?

Problema di mcm

$$26 = 2 \cdot 13$$

$$39 = 3 \cdot 13$$

$$\text{m.c.m. } (26, 39) = 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78 \text{ minuti} = 1 \text{ ora e } 18 \text{ minuti}$$

$$78 \text{ min} = 60 \text{ min} + 18 \text{ min} = 1 \text{ ora} + 18 \text{ min}$$

Testo rivisto su segnalazione del mio fratellino Michele il 12.3.2006

Un'astronave di terribili alieni passa in prossimità della terra ogni 385 anni, una seconda ogni 2275 anni e una terza ogni 70 anni. Ogni quanto gli alieni ripasseranno in prossimità della terra?

Problema di mcm

$$385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$$

$$2275 = 5^2 \cdot 7 \cdot 13$$

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{Problema di m.c.m. } (385, 2275, 70) = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 50\,050 \text{ anni}$$

Il Saulo e la Bea devono ripartire in pacchi uniformi 144 giocattoli da devolvere in beneficenza. Disponendo di 60 orsetti, di 48 trenini e di 36 giochi di scacchi, quante confezioni uguali riescono a inviare e quale sarà il contenuto di ogni scatola?

Problema di MCD

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

Problema di MCD $(60, 48, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$ scatole

Trovo la composizione delle scatole

$$60 : 12 = 5 \text{ Orsetti}$$

$$48 : 12 = 4 \text{ Trenini}$$

$$36 : 12 = 3 \text{ Scacchi}$$

Alberto e la Maria dispongono di un vassoio di caramelle miste sempre disponibili per gli ospiti. Alberto. Disponendo di 60 caramelle alla menta, 48 caramelle al miele e 36 caramelle all'anice, quante persone potrebbero soddisfare dando a ognuno una scelta di caramelle uguali?

Se passate da Alberto e Maria non esitate a farvi offrire una caramella all'anice (controllare in sala) 😊

Problema di MCD

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{MCD}(60, 48, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ persone}$$

Trovo il numero e tipo di caramelle da dare a ogni persona

$$60 : 12 = 5 \text{ alla menta}$$

$$48 : 12 = 4 \text{ al miele}$$

$$36 : 12 = 3 \text{ all'anice}$$

LIBRO 2020

Tre ruote dentate sono unite in un ingranaggio. Se la prima ha 30 denti, la seconda 24 e la terza 15, dopo quanti giri faranno prima di tornare alla posizione di partenza.

Problema di mcm

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$15 = 2^2 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m.}(30, 24, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \text{ giri}$$

Volendo disporre 144 monetine da 1 lira, 108 monetine da 5 lire della Repubblica e 210 monetine da 10 centesimi di Vittorio Emanuele III in confezioni tutte uguali tra loro come opereresti e cosa conterrebbe ogni confezione?

Problema di MCD

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{MCD}(144, 108, 210) = 2 \cdot 3 = 6 \text{ confezioni}$$

Trovo la composizione delle confezioni

$$144 : 6 = 24 \text{ monete da 1 lira,}$$

$$108 : 6 = 18 \text{ monete da 5 lire,}$$

$$210 : 6 = 35 \text{ monete da 10 centesimi di Vittorio Emanuele III}$$

Il giardino di Alfonso è circondato da tre distinti muri lunghi rispettivamente 16, 2 m, 21, 6 m e 28, 8 m. Sopra ciascuno di essi devono essere posti dei vasi da fiori tutti alla stessa distanza tra loro. Qual è la distanza massima possibile e quanti vasi occorre disporre?

Alfonso R. mi ha scritto veramente del suo giardino in una e-mail del 7.3.2007 😊

Problema di MCD

$$16, 6 \text{ m} = 162 \text{ dm} = 2 \cdot 3^4$$

$$21, 6 \text{ m} = 216 \text{ dm} = 2^3 \cdot 3^3$$

$$28, 8 \text{ m} = 288 \text{ dm} = 2^5 \cdot 3^2$$

$$\text{MCD}(162, 216, 288) = 2 \cdot 3^2 = 18 \text{ dm} = 1, 8 \text{ m}$$

$$162 : 18 = 9 \text{ pari distanza tra i vasi,}$$

$$216 : 18 = 12 \text{ pari distanza tra i vasi,}$$

$$288 : 18 = 16 \text{ pari distanza tra i vasi.}$$

In tutto devo avere $(9+12+16+3)$ di $(37+3)=40$ vasi.

Si deve infatti aggiungere un vaso a ogni inizio del muro, essendo i tre muri distinti e non contigui.

Pierpaolo, al secolo Pol, ha da sempre, che io ricordi, la passione per la fotografia. Dovresti aiutarlo a disporre le fotografie che ha classificato in 3 diversi gruppi, paesaggi 84 fotografie, persone 72 fotografie e 24 monumenti veronesi, nel maggior numero di raccoglitori possibile per fare dei regali ma in modo che questi abbiano lo stesso numero di soggetti?

Problema di MCD

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{MCD}(84, 72, 24) = 2^2 \cdot 3 = 12 \text{ raccoglitori}$$

Trovo il contenuto dei raccoglitori

$$84 : 12 = 7 \text{ fotografie di paesaggi,}$$

$$72 : 12 = 6 \text{ fotografie di persone,}$$

$$24 : 12 = 2 \text{ fotografie di monumenti veronesi.}$$

Chiara in occasione della promessa scout organizzò una festa con l'aiuto di mamma Cecilia. Disponendo di 360 pasticcini, 270 pizzette e 450 bocconcini salati, quanti piatti uguali riuscì a comporre per gli inviati e cosa mise in ogni piatto? *Chiara P. fece veramente la promessa nell'aprile del 2007 e mi invitò.*

Problema di MCD

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	$\begin{array}{r l} 360 & 2 \times 5 \\ \hline .36 & 2 \\ 18 & 2 \\ ..9 & 3 \\ ..3 & 3 \\ ..1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 270 & 2 \times 5 \\ \hline .27 & 3 \\ ..9 & 3 \\ ..3 & 3 \\ ..1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 450 & 2 \times 5 \\ \hline .45 & 3 \\ .15 & 3 \\ ..5 & 5 \\ ..1 & \end{array}$
-------------------------------	--	---	---

$$\text{MCD}(360, 270, 450) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90 \text{ piatti}$$

Trovo il contenuto dei piatti

$$360 : 90 = (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) : (2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 4 \text{ pasticcini}$$

$$270 : 90 = (2 \cdot 3^3 \cdot 5) : (2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 3 \text{ pizzette}$$

$$450 : 90 = (2 \cdot 3^2 \cdot 5^2) : (2 \cdot 3^2 \cdot 5) = 5 \text{ bocconcini}$$

In un parco divertimenti sono disponibili tre percorsi a cavallo della durata complessiva di 36, 24 e 54 minuti. Se i conduttori partono assieme la mattina dopo quanto riusciranno a ritrovarsi alla base di partenza per la pausa pranzo?

Problema di mcm

$36 = 2^2 \cdot 3^2$	36 2 18 2 .9 3 .3 3 .1	24 2 12 2 .6 2 .3 3 .1	54 2 27 3 .9 3 .3 3 .1
----------------------	--	--	--

$m.c.m.(36, 24, 54) = 2^3 \cdot 3^3 = 6^3 = 216 \text{ min} = 3 \text{ ore } 36 \text{ min}$

Un commerciante prepara dei cesti natalizi regalo. Dispone di 1260 confezioni di pasta assortita, 630 bottiglie di vino rosso e 252 di vino bianco. Se in ogni cesto deve esserci lo stesso numero dei vari elementi, quanti cesti può preparare al massimo quel commerciante e qual è la loro composizione?

Problema di MCD

$1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	1260 2x5 126 2 63 3 .21 3 .7 7 .1	630 2x5 63 3 .21 3 .7 7 .1	252 2 126 2 63 3 .21 3 .7 7 .1
--	---	--	--

$M.C.D.(1260, 630, 252) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 18 \cdot 7 = 126$

Trovo la composizione dei cesti natalizi

$1260 : 126 = \frac{1260}{126} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3^2 \cdot 7} = 2 \cdot 5 = 10 \text{ confezioni di pasta assortita}$

$630 : 126 = \frac{630}{126} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 3^2 \cdot 7} = 5 \text{ bottiglie di vino rosso}$

$252 : 126 = \frac{252}{126} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7}{2 \cdot 3^2 \cdot 7} = 2 \text{ bottiglie di vino bianco}$

Tre modelli di trenino sono fatti partire contemporaneamente da una stessa stazione. Se il primo compie il tragitto di andata e ritorno 15 secondi, il secondo in 10 secondi e il terzo in 20 secondi, dopo quanto saranno di nuovo alla stazione di partenza nello stesso momento?

Problema di mcm

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$m. c. m. (15, 10, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ secondi} = 1 \text{ minuto}$$

Sofia fa la raccolta di pupazzetti dagli occhi giganti e dagli occhi piccoli. Ne ha 693 con gli occhi grandi e 576 gli occhi piccoli. Per il suo compleanno se ne vuole disfare e li impacchetta in tanti pacchetti tutti uguali. Quanti ne potrà fare?

Problema di MCD

$$693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$$

$$576 = 2^6 \cdot 3^2$$

$$M. C. D. (693, 576) = 3^2$$

Farà in tutto 9 pacchetti.

Trovo quanti pupazzetti metto in ogni pacchetto

$$693 : 9 = 77$$

$$576 : 9 = 64$$

Ne mette 77 con gli occhi grandi e 64 con gli occhi piccoli.

Il medico ordina una cura che prevede di prendere una prima pastiglia quattro ore, una ogni otto ore e un'iniezione da fare una volta ogni dodici. Marco prende in farmacia il necessario e prende le prime due pastiglie, una per tipo, e si fa fare l'iniezione. Dopo quante ore ripeterà i tre farmaci ancora assieme e quante volte accadrà questo nei quattro giorni prescritti per la cura?

Problema di mcm

$$4 = 2^2$$


$$8 = 2^3$$



$$12 = 2^2 \cdot 3$$


$$m. c. m. (4, 8, 12) = 2^3 \cdot 3 = 24 \text{ ore}$$


Per cui l'evento si ripete per i quattro giorni della cura una volta al giorno.


Keywords

 *Matematica, Aritmetica, Divisibilità, Fattorizzazione, MCD, mcm, Massimo Comune Divisore, minimo comune multiplo, algoritmo di Euclide, esercizi con soluzioni*

  *Math, Arithmetic, Divisibility, Highest Common Factor, HCF, Greatest Common Factor, GCF, Lowest Common Multiple, LCM, Least Common Multiple, LCM, Greatest common divisor, GDC, Least Common Denominator, LCD, Euclidean Algorithm*

 *Matemática, Aritmética, Máximo común divisor, mcd, m.c.d., Mínimo común múltiplo, mcm, m.c.m., algoritmo de Euclides.*

 *Mathématique, Arithmétique, Divisibilité, factorisation, Plus grand commun diviseur, PGDC, Plus petit commun multiple, PPCM, Algorithme d'Euclide*

 *Mathematik, Arithmetik, Größter gemeinsamer Teiler, kleinstes gemeinsames Vielfaches, Euklidischer Algorithmus*