

# NUMERI PRIMI E NUMERI COMPOSTI

## PRIME NUMBERS

---

**1.** Che cosa hanno di caratteristico i numeri primi? Illustra la tua affermazione usando i primi due numeri primi.

[soluzione](#)

**2.** Come definiresti i numeri composti? Illustra la tua affermazione usando i due primi numeri composti.

[soluzione](#)

**3.** Quanti divisori ammettono i numeri primi?

[soluzione](#)

**4.** Spiega il significato della parola coprimi. Fai un esempio.

[soluzione](#)

**5.** Il numero 1 è un numero primo?

[soluzione](#)

**6.** Quanti numeri di una cifra sono primi?

[soluzione](#)

**7.** Quanti sono i numeri primi minori di 30?

[soluzione](#)

**8.** Quanti sono i numeri primi di una cifra. Il loro numero è un numero primo?

[soluzione](#)

**9.** Quanti numeri di due cifre hanno come precedente un quadrato perfetto e sono primi?

[soluzione](#)

**10.** Quanti numeri di due cifre sono primi?

[soluzione](#)

**11.** I numeri primi sono infiniti?

[soluzione](#)

**12.** Individua i due più piccoli numeri primi che danno come somma un numero pari?

[soluzione](#)

**13.** Individua i due più piccoli numeri primi il cui prodotto sia un numero pari?

[soluzione](#)

**14.** Un numero primo di Sophie Germain (Parigi, 1 aprile 1776 – Parigi, 27 giugno 1831) è un numero primo  $p$  tale che  $2p + 1$  sia anch'esso un numero primo. Il numero 2, ad esempio, lo è in quanto  $2p + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$  è un numero primo. Individua i primi di Sophie Germain minori di 30.

[soluzione](#)

**15.** Un numero di Harshad è un numero intero positivo divisibile per la somma delle proprie cifre. Quali dei seguenti numeri sono numeri di Harshad?

10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 41, 42.

[soluzione](#)

**16.** Inserisci le parole mancanti.

[soluzione](#)

*Nel 1742, il matematico prussiano Goldbach scrisse a Eulero proponendo la seguente congettura.*

***Ogni intero maggiore di 5 può essere scritto come somma di tre numeri .....***

*Eulero, interessandosi al problema, rispose riformulandolo nella seguente versione equivalente.*

***Ogni numero pari maggiore di 2 può essere scritto come somma di due numeri .....***

*La versione di Eulero è la forma nella quale la congettura è formulata attualmente.*

**17.** Inserisci le parole mancanti.

[soluzione](#)

*Proprio la difficoltà ..... ha portato allo sviluppo del primo metodo efficace di crittografia a chiave pubblica, l'RSA. In questo sistema crittografico, la persona che deve ricevere un messaggio cifrato genera una chiave formata da tre numeri: uno ( $n$ ) è il prodotto di due numeri ..... di grandi dimensioni (generalmente si usano numeri di 1024 o 2048 bit), mentre gli altri due ( $e$  ed  $f$ ) sono l'uno l'inverso dell'altro modulo  $\varphi(n)$  (dove  $\varphi$  indica la funzione di Eulero). Uno tra questi ultimi due numeri deve essere tenuto segreto (e dunque prende il nome di chiave privata), mentre l'altro deve essere reso noto insieme al numero  $n$  (andando a formare la "chiave pubblica").*

**18.** Qual è il più piccolo numero omirp/emirp di due cifre. Un numero omirp (in inglese emirp: prime spelled backwards, primes whose reversal is a different prime) è un numero primo non palindromo le cui cifre, scritte in ordine inverso, danno origine a loro volta a un altro numero primo (esempio 79 e 97). I numeri primi omirp sono raccolti nella sequenza [OEIS A006567](#).

[soluzione](#)

**19.** Qual è il più piccolo numero primo di due cifre palindromo.

[soluzione](#)

**20.** In matematica, due numeri primi cugini sono una coppia di numeri primi che differiscono di quattro. Quali sono i primi due numeri primi cugini?

[soluzione](#)

**21.** In matematica, due numeri primi gemelli sono una coppia di numeri primi che differiscono di due. Quali sono le prime due coppie di numeri primi gemelli?

[soluzione](#)

**22.** In matematica, due numeri primi sexy sono una coppia di numeri primi che differiscono di sei. Quali sono le prime due coppie di numeri primi sexy?

[soluzione](#)

**23.** Il punteggio massimo raggiungibile nel gioco del Pac-Man, videogioco nato il 22 maggio 1980, è di 3.333.360 punti. Questo numero è divisibile per quali numeri primi compresi tra 2 e 20?

[soluzione](#)

## SOLUZIONI

---

Cosa hanno di caratteristico i numeri primi? Illustra la tua affermazione usando i primi due numeri primi.

Sono numeri naturali maggiori di uno che sono divisibili solamente per uno e per se stessi.

$$2 \rightarrow: D_2 = \{1; 2\} \qquad \text{card}(D_2)=2$$

$$3 \rightarrow: D_3 = \{1; 3\} \qquad \text{card}(D_3)=3$$

---

Come definiresti i numeri composti? Illustra la tua affermazione usando i due *primi numeri composti*.

Sono numeri naturali maggiori di uno che ammettono più di due divisori.

$$4 \rightarrow: D_4 = \{1; 2; 4\} \qquad \text{card}(D_4)=3$$

$$6 \rightarrow: D_6 = \{1; 2; 3; 6\} \qquad \text{card}(D_6)=4$$

---

Quanti divisori ammettono i numeri primi?

Sono 2. L'unità e se stessi.

---

Spiega il significato della parola coprimi. Fai un esempio.

Sono numeri primi tra di loro ma non loro stessi necessariamente primi.  
I numeri 4 e 9 sono primi tra loro, coprimi.

Il numero 1 è un numero primo?

Il numero 1 non è considerato primo avendo un solo divisore.

Un tempo però il numero 1 era considerato primo ma questo crea problemi nei teoremi che trattano la primalità.

---

Quanti numeri di una cifra sono primi?

Sono 4.

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

---

Quanti sono i numeri primi minori di 30?

Sono 10.

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

---

Quanti sono i numeri primi di una cifra. Il loro numero è un numero primo?

No. Sono 4 e questo è un numero composto.

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

Quanti numeri di due cifre hanno come precedente un quadrato perfetto e sono primi?

Sono 2

$$A = \{17; 37\}$$

---

Quanti numeri di due cifre sono primi?

Sono 25.

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$$

---

I numeri primi sono infiniti?

Esistono infiniti numeri primi. Dobbiamo a Euclide la prima dimostrazione “per assurdo” di quest’asserto.

**Il teorema dell'infinità numeri primi** esprime che, per quanto grande si scelga un numero naturale  $n$ , esiste sempre un numero primo maggiore di  $n$ .

Individua i due più piccoli numeri primi che danno come somma un numero pari?

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \dots\}$$

$$3 + 5 = 8 \text{ che è pari}$$

---

Individua i due più piccoli numeri primi il cui prodotto sia un numero pari?

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, \dots\}$$

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ che è pari}$$

---

Un numero primo di Sophie Germain (Parigi, 1° aprile 1776 – Parigi, 27 giugno 1831) è un numero primo  $p$  tale che  $2p + 1$  sia anch'esso un numero primo. Il numero 2, ad esempio, lo è in quanto  $2p + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$  è un numero primo. Individua i primi di Sophie Germain minori di 30.

I numeri primi di Sophie Germain sono:

2, 3, 5, 11, 23, 19, 41, 53, 83, 89, 113, 131, 173, 179, 191, ...

Inserisci le parole mancanti.

*Nel 1742, il matematico prussiano Goldbach scrisse a Eulero proponendo la seguente congettura.*

***Ogni intero maggiore di 5 può essere scritto come somma di tre numeri primi.***

*Eulero, interessandosi al problema, rispose riformulandolo nella seguente versione equivalente.*

***Ogni numero pari maggiore di 2 può essere scritto come somma di due numeri primi.***

*La versione di Eulero è la forma nella quale la congettura è formulata attualmente.*

---

Un numero di Harshad è un numero intero positivo divisibile per la somma delle proprie cifre.

Quali dei seguenti numeri sono numeri di Harshad?

10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 41, 42

Sono numeri di Harshad:

10, 12, 18, 20, 21, 24, 27, 30, 36, 40, 42, 45, 48, 50, 54, 60, 63, 70, ...

---

Inserisci le parole mancanti.

*Proprio la difficoltà di fattorizzare (scomporre in fattori primi) un numero ha portato allo sviluppo del primo metodo efficace di crittografia a chiave pubblica, l'RSA. In questo sistema crittografico, la persona che deve ricevere un messaggio cifrato genera una chiave formata da tre numeri: uno ( $n$ ) è il prodotto di due numeri primi di grandi dimensioni (generalmente si usano numeri di 1024 o 2048 bit), mentre gli altri due ( $e$  ed  $f$ ) sono l'uno l'inverso dell'altro modulo  $\varphi(n)$  (dove  $\varphi$  indica la funzione di Eulero). Uno tra questi ultimi due numeri deve essere tenuto segreto (e dunque prende il nome di chiave privata), mentre l'altro deve essere reso noto insieme al numero  $n$  (andando a formare la "chiave pubblica").*

>> [it.wikipedia.org/wiki/RSA](https://it.wikipedia.org/wiki/RSA)

---

Qual è il più piccolo numero omirp/emirp di due cifre. Un numero omirp (in inglese emirp: prime spelled backwards, primes whose reversal is a different prime) è un numero primo non palindromo le cui cifre, scritte in ordine inverso, danno origine a loro volta a un altro numero primo (esempio 79 e 97). I numeri primi omirp sono raccolti nella sequenza OEIS A006567.

13 < -- -- > 31

Numeri omirp di due cifre

13/31 - 17/71 - 37/73 - 79/97

Numeri omirp di tre cifre

107/701 - 113/311 - 149/941 - 157/751 - 167/761 - 179/971 - 199/991 - 337/733 - 347/743 -  
359/953 - 389/983 - 709/907 - 739/937 - 769/967



Qual è il più piccolo numero primo di due cifre palindromo.

11 < -- > 11

---

In matematica, due numeri primi cugini sono una coppia di numeri primi che differiscono di quattro. Quali sono i primi due numeri primi cugini?

3 e 7

Infatti,  $7 - 3 = 4$ .

---

In matematica, due numeri primi gemelli sono una coppia di numeri primi che differiscono di due. Quali sono le prime due coppie di numeri primi gemelli?

3 e 5

Infatti,  $5 - 3 = 2$ .

11 e 13

Infatti,  $13 - 11 = 2$ .

---

Le prime 20 coppie di numeri primi gemelli sono

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31),

(41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109),

(137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199),

(227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), ...

In matematica, due numeri primi sexy sono una coppia di numeri primi che differiscono di sei. Quali sono le prime due coppie di numeri primi sexy?

5 e 11

Infatti,  $11 - 5 = 6$ .

7 e 13

Infatti,  $13 - 7 = 6$ .

Le prime 20 coppie di primi sexy sono:

(5,11), (7,13), (11,17), (13,19), (17,23),  
(23,29), (31,37), (37,43), (41,47), (47,53),  
(53,59), (61,67), (67,73), (73,79), (83,89),  
(97,103), (101,107), (103,109), (107,113), (131,137), ...

---


Il punteggio massimo raggiungibile nel gioco del Pac-Man, videogioco nato il 22 maggio 1980, è di 3.333.360 punti. Questo numero è divisibile per quali numeri primi compresi tra 2 e 20?



3.333.360 termina per 0, quindi, è divisibile per 2 e per 5


3.333.360 tutte le cifre sono multiple di 3 e il numero è divisibile per 3


3.333.360 è divisibile anche per 17 e 19


## KEYWORDS

 *Matematica; Aritmetica; Gauss; Divisibilità; Fattorizzazione; MCD; mcm; Massimo Comune Divisore; minimo comune multiplo; algoritmo di Euclide; esercizi con soluzioni*

  *Math; Arithmetic; Gauss; Divisibility; Highest Common Factor; HCF; Greatest Common Factor; GCF; Lowest Common Multiple; LCM; Least Common Multiple; LCM; Greatest common divisor; GDC; Euclidean Algorithm*

 *Matemática; Aritmética; Máximo común divisor; mcd; m.c.d.; Mínimo común múltiplo; mcm; m.c.m.; algoritmo de Euclides.*

 *Mathématique; Arithmétique; Divisibilité; factorisation; Plus grand commun diviseur; PGDC; Plus petit commun multiple; PPCM; Algorithme d'Euclide*

 *Mathematik; Arithmetik; Größter gemeinsamer Teiler; kleinstes gemeinsames Vielfaches; Euklidischer Algorithmus*