Disequazioni

Disuguaglianze

Due espressioni numeriche che hanno valore diverso e sono separate da un segno di disuguaglianza formano una **disuguaglianza numerica**.

I simboli delle disuguaglianze sono:

$>$ maggiore $<$ minore

$\geq$ maggiore o uguale $\leq$ minore o uguale

$\neq$ diverso; ricorre anche la simbologia <>

Si possono scrivere nella stessa maniera disuguaglianza letterali.

Disequazioni

Una **disequazione** è una disuguaglianza fra due espressioni, di cui almeno una letterale, verificata per particolari valori dell'incognita o alle incognite.

I termini numerici presenti in una disequazione prendono il nome di **termini noti**.

Risolvere una disequazione vuol dire trovare l'intervallo o gli intervalli di valori che può assumere l'incognita per verificare la disuguaglianza.

I valori che rendono vera la frase aperta, ovvero la disuguaglianza, costituiscono le soluzioni delle disequazione. Queste costituiscono un insieme, detto **insieme verità**, che può essere finito, infinito o vuoto Usualmente, le soluzioni di una disequazione sono costituite da uno o più *intervalli di valori*.

Due disequazioni sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

Il **grado** di una disequazione è dato dal grado massimo dell'incognita presente nell'equazione.

In casi particolari una disequazione può essere impossibile, sempre vera o essere verificata da un solo valore dell'incognita.

Sono possibili due casi di disequazione **indeterminata**

$ax > b$ *con* $a = 0$ *e* $b < 0$ (*es.* $\mathbf{0x > -2}$)

avremo 0x>b ovvero 0>b e lo zero è sempre maggiore di qualsiasi numero negativo

$ax < b$ *con* $a = 0$ *e* $b > 0$ (*es.* $\mathbf{0x < 2}$)

avremo 0x<b ovvero 0<b e lo zero è sempre minore di qualsiasi numero positivo

Sono possibili due casi di disequazione **impossibile**

$ax > b$ *con* $a = 0$ *e* $b > 0$ (*es.* $\mathbf{0x > 2}$)

avremo 0x>b cosa impossibile in quanto lo zero è sempre minore di qualsiasi numero positivo

$ax < b$ *con* $a = 0$ *e* $b < 0$ (*es.* $\mathbf{0x < -2}$)

avremo 0x<b cosa impossibile in quanto lo zero è sempre maggiore di qualsiasi numero negativo

Principi di equivalenza

Valgono le stesse regole e principi delle equazioni.

Primo principio di equivalenza

Addizionando o sottraendo ai due membri di una disequazione la stessa quantità algebrica si ottiene una disequazione equivalente a quella data.

$4x > 3 + x$

$4x - x > 3 + \cancel{x} - \cancel{x}$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se uno stesso termine figura in entrambi i membri di una disequazione può essere soppresso.
Se due termini opposti si trovano nello stesso membro possono essere soppressi.

$4x + \cancel{5} > 3 + x + \cancel{5}$ $\qquad$ $+\cancel{5} + 4x - \cancel{5} > 3 + x$

Si può trasportare un termine di una disequazione da un membro all'altro purché gli si cambi il segno (legge del trasporto).

$4x > 3 + x$ $\qquad$ $4x - x > 3$

La legge del trasporto si utilizza per trasportare tutte le incognite al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione la stessa quantità algebrica positiva si ottiene una disequazione equivalente a quella data. Se si moltiplica o divide per un numero negativo si ottiene una disequazione equivalente ma di segno opposto.

$3x > 6$ $3x \cdot \frac{1}{3} > 6 \cdot \frac{1}{3}$ $x > 2$	$-3x > 6$ $-3x \cdot (-1) < 6 \cdot (-1)$ $3x < -6$ $\frac{3x}{3} < -\frac{6}{3}$ $x < -2$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

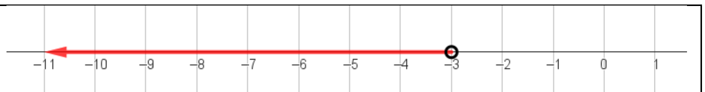
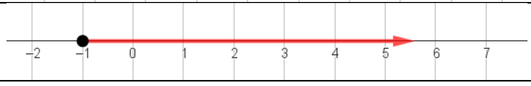
Cambiando i segni a tutti i termini di una disequazione se ne ottiene un'altra di ***verso opposto*** *(moltiplicare tutti i termini per* $\boldsymbol{-1}$*).*

$-x > +2$ $\qquad$ $-x \cdot (-1) < +2 \cdot (-1)$ $\qquad$ $+x < -2$

Moltiplicando o dividendo la disequazione per un numero negativo se ne ottiene un'altra di verso opposto.

$-\frac{1}{2}x > \frac{3}{2}$ $\qquad$ $-\frac{1}{2}x \cdot (-2) < \frac{3}{2} \cdot (-2)$ $\qquad$ $x < -3$

Come indicare graficamente l'insieme soluzioni.

$x < -3$	
$x \geq -1$	

Sistemi di disequazioni

Un **sistema di disequazioni** è soddisfatto dai valori che verificano contemporaneamente tutte le disequazioni presenti in esso.

Il grado di un sistema è il prodotto dei gradi delle singole disequazioni. In un sistema di m disequazioni ed n incognite, il numero delle disequazioni può essere maggiore del numero delle incognite ($m > n$), uguale al numero delle incognite ($m = n$) o minore del numero delle incognite ($m < n$).

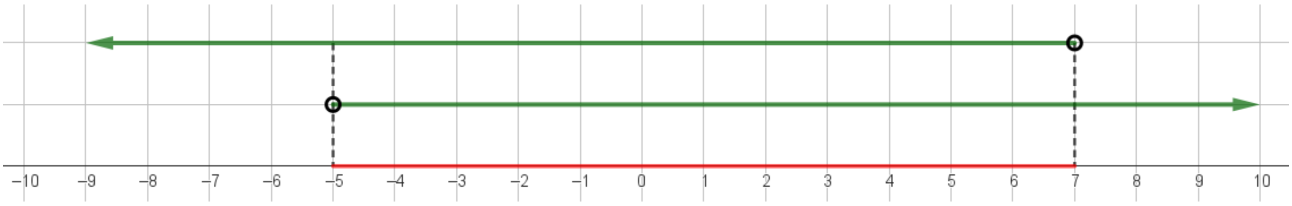
Si risolvono tutte le disequazioni del sistema e si rappresentano i risultati in un unico grafico accettando solo le soluzioni che soddisfano tutte le disequazioni.

$$\begin{cases} x - 2x < 5 \\ 2x - 5 < x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x < 5 \\ 2x - x < +2 + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5 \\ x < 7 \end{cases}$$

Il sistema è verificato per $-5 < x < 7$ $]-5; 7[$



$$\begin{cases} x + 3 > -2 \\ x - 4 \leq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Il sistema è verificato per $-5 < x \leq 1$ $]-5; 1]$