

Disequazioni

Disuguaglianze

Due espressioni numeriche che hanno valore diverso e sono separate da un segno di disuguaglianza, formano una **disuguaglianza numerica**.

I simboli delle disuguaglianze sono:

- > maggiore
- < minore
- ≥ maggiore o uguale
- ≤ minore o uguale
- ≠ diverso (molto usato anche il simbolo <>)

Si possono scrivere nella stessa maniera disuguaglianza letterali.

Disequazioni

Una **disequazione** è una disuguaglianza fra due espressioni, di cui almeno una letterale, verificata per particolari valori dell'incognita o alle incognite.

I termini numeri presenti in una disequazione prendono il nome di **termini noti**.

Risolvere una disequazione vuol dire trovare l'intervallo o gli intervalli di valori che può assumere l'incognita per verificare la disuguaglianza.

I valori che rendono vera la frase aperta, ovvero la disuguaglianza, costituiscono le soluzioni delle disequazione. Queste costituiscono un insieme, detto **insieme verità**, che può essere finito, infinito o vuoto. Usualmente, le soluzioni di una disequazione sono costituite da uno o più intervalli di valori.

Due disequazioni sono **equivalenti** se hanno le stesse soluzioni.

Il **grado** di una disequazione è dato dal grado massimo dell'incognita presente nell'equazione.

In casi particolari una disuguaglianza può essere impossibile, sempre vera o essere verificata da un solo valore dell'incognita.

Sono possibili due casi di disequazione **indeterminata**

$$ax > b \text{ con } a = 0 \text{ e } b < 0 \text{ (es. } 0x > -2)$$

$$ax < b \text{ con } a = 0 \text{ e } b > 0 \text{ (es. } 0x < 2)$$

avremo $0x > b$ ovvero $0 > b$ e lo zero è sempre maggiore di qualsiasi numero negativo

avremo $0x < b$ ovvero $0 < b$ e lo zero è sempre minore di qualsiasi numero positivo

Sono possibili due casi di disequazione **impossibile**

$$ax > b \text{ con } a = 0 \text{ e } b > 0 \text{ (es. } 0x > 2)$$

$$ax < b \text{ con } a = 0 \text{ e } b < 0 \text{ (es. } 0x < -2)$$

avremo $0x > b$ cosa impossibile in quanto lo zero è sempre minore di qualsiasi numero positivo

avremo $0x < b$ cosa impossibile in quanto lo zero è sempre maggiore di qualsiasi numero negativo

Principi di equivalenza

Valgono le stesse regole e principi delle equazioni.

Primo principio di equivalenza

Addizionando o sottraendo ai due membri di una disequazione la stessa quantità algebrica si ottiene una disequazione equivalente a quella data.

$$4x > 3 + x$$

$$4x - x > 3 + x - x$$

$$3x > 3$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se uno stesso termine figura in entrambi i membri di una disequazione può essere soppresso.

$$4x + 5 > 3 + x + 5$$

Se due termini opposti si trovano nello stesso membro possono essere soppressi.

$$+5 + 4x - 5 > 3 + x$$

Si può trasportare un termine di una disequazione da un membro all'altro purché gli si cambi il segno (legge del trasporto).

$$4x > 3 + x \qquad 4x - x > 3$$

La legge del trasporto si utilizza per trasportare tutte le incognite al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una disequazione la stessa quantità algebrica positiva si ottiene una disequazione equivalente a quella data. Se si moltiplica o divide per un numero negativo si ottiene una disequazione equivalente ma di segno opposto.

$$3x > 6$$

$$3x \cdot \frac{1}{3} > 6 \cdot \frac{1}{3}$$

$$x > 2$$

$$-3x > 6$$

$$-3x \cdot (-1) < 6 \cdot (-1)$$

$$3x < -6$$

$$\frac{3x}{3} < -\frac{6}{3}$$

$$x < -2$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Cambiando i segni a tutti i termini di una disequazione se ne ottiene un'altra di verso opposto (moltiplicare tutti i termini per -1).

$$-x > +2 \qquad -x \cdot (-1) < +2 \cdot (-1) \qquad +x < -2$$

Moltiplicando o dividendo la disequazione per un numero negativo se ne ottiene un'altra di verso opposto.

$$-\frac{1}{2}x > \frac{3}{2} \qquad -\frac{1}{2}x \cdot (-2) < \frac{3}{2} \cdot (-2) \qquad x < -3$$

Sistemi di disequazioni

Un **sistema di disequazioni** è soddisfatto dai valori che verificano contemporaneamente tutte le disequazioni presenti in esso.

Il grado di un sistema è il prodotto dei gradi delle singole disequazioni. In un sistema di m disequazioni ed n incognite, il numero delle disequazioni può essere maggiore del numero delle incognite ($m > n$), uguale al numero delle incognite ($m = n$) o minore del numero delle incognite ($m < n$).

Si risolvono, una a una, tutte le disequazioni del sistema e si rappresentano i risultati in un unico grafico accettando solo le soluzioni che soddisfano tutte le disequazioni.

$$\begin{cases} x - 2x < 5 \\ 2x - 5 < x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x < 5 \\ 2x - x < +2 + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5 \\ x < 7 \end{cases}$$

Il sistema è verificato per $-5 < x < 7$

