

PROBLEMI

1 Piano cartesiano

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy ($u = 1 \text{ cm}$), rappresenta i punti $P(2; 2)$, $R(0; -2)$ e $S(0; 3)$.

a) Calcola il perimetro e l’area del triangolo PRS.

b) Traccia le seguenti rette:

$$r : y = 2x - 2$$

$$s : y = -\frac{1}{2}x + 3$$

c) Verifica che i punti R e S sono i punti di intersezione delle rette r e s con l’asse y delle ordinate.

d) Verifica analiticamente che il punto di intersezione delle due rette r e s è il punto P.

e) Scrivi l’equazione della retta t parallela a r e passante per l’origine xOy .

2 Geometria solida

Un prisma quadrangolare regolare è sormontato da una piramide, essa pure quadrangolare regolare e con la base coincidente con la faccia superiore del prisma. L’apotema della piramide misura 10 cm e il suo spigolo di base misura 16 cm. Il prisma è formato da due cubi uguali e sovrapposti.

a) Calcola la misura dell’area della superficie totale del solido.

b) Calcola la misura del volume del solido descritto.

c) Calcola la sua massa sapendo che il prisma è realizzato in bronzo 14% (densità $8,5 \text{ g/cm}^3$) e la piramide in alluminio (densità $2,5 \text{ g/cm}^3$).

QUESITI

Quesito 1

Risolvi le equazioni seguenti e esegui la verifica della prima equazione.

$$9x - 10x - 10 = -2x + 2 - 9$$

$$-2x \cdot (x - 1) + (2x + 3)^2 - 8x = 2x^2 - 3$$

Quesito 2

In una località conosciuta per la buona qualità dell’eco, dopo avere lanciato un grido, si percepisce l’eco della propria voce dopo 7 secondi. Calcolate a quale distanza si trova la parete che riflette la voce, sapendo che la velocità del suono è circa 340 m/sec.

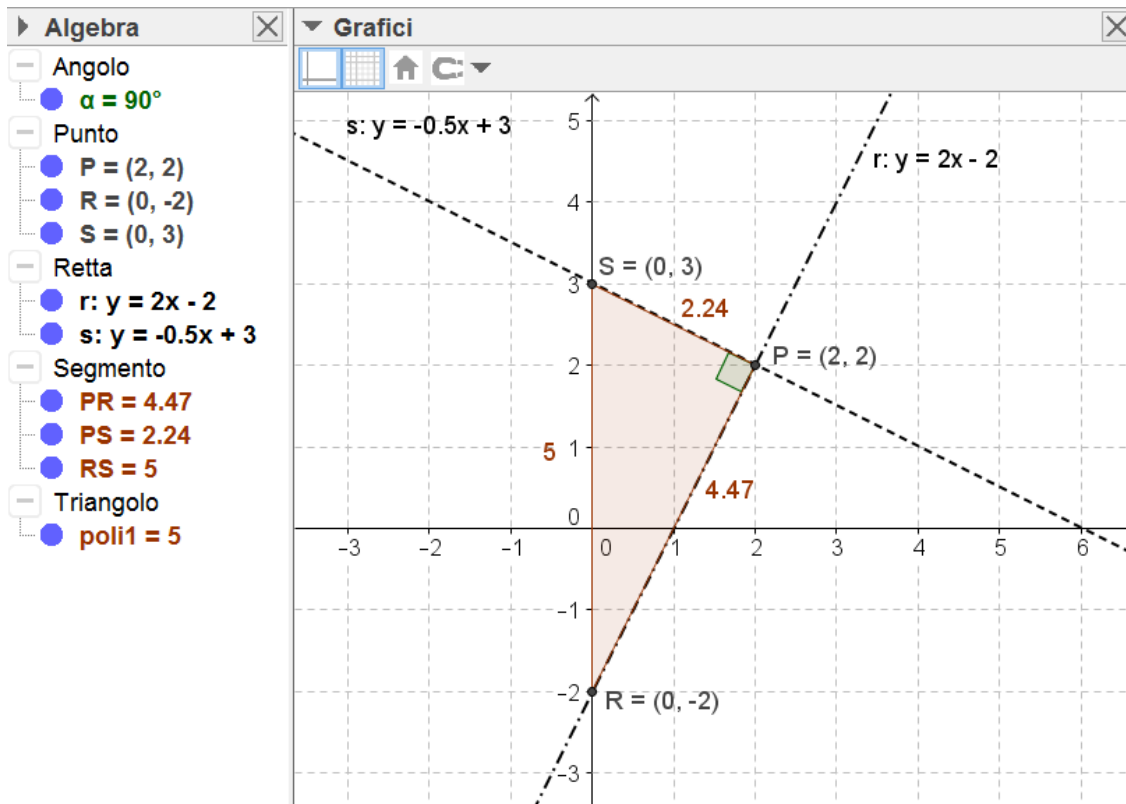
Quesito 3

Lanciando due dadi qual è la probabilità che esca come loro somma 5. Giustifica la risposta indicando tutte le combinazioni possibili.

Quesito 4

Un negozio di scarpe propone tutti gli articoli con uno sconto del 20%. Giacomo acquista un paio di scarpe pagandole 28 €. Calcola il prezzo di listino non scontato.

Piano cartesiano



$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 2x - 2 = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 4x - 4 = -x + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 5x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2 = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$PR = \sqrt{(x_P - x_R)^2 + (y_P - y_R)^2} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4,47 \text{ cm}$$

$$PS = \sqrt{(x_P - x_S)^2 + (y_P - y_S)^2} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \approx 2,24 \text{ cm}$$

$$SR = |y_S - y_R| = |3 - (-2)| = 5 \text{ cm}$$

$$2p = (5 + 2\sqrt{5} + \sqrt{5})\text{cm} = (5 + 3\sqrt{5})\text{cm} \approx (5 + 4,47 + 2,24) \approx 11,71 \text{ cm}$$

Essendo il triangolo rettangolo in P ($r \perp s$) posso calcolare l’area usando come base e altezza i due cateti PS e PR del triangolo dato.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{PR \cdot PS}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5 \text{ cm}^2$$

L’equazione della retta t parallela a r e passante per l’origine xOy deve avere lo stesso coefficiente angolare (2) e intercetta 0 (incontra l’asse delle y in 0).

$$r : y = 2x - 2$$

$$t : y = 2x$$

$$r : y = 2x - 2 \parallel t : y = 2x$$

Geometria solida

<p>PIRAMIDE</p> $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - 8^2}$ $h = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$ $Ab = s^2 = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$ $Al = \frac{2p \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 10}{2} = 320 \text{ cm}^2$ $V = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{256 \cdot 6}{3} = 512 \text{ cm}^3$	
---	--

CUBO

$$Ab = s^2 = 256 \text{ cm}^2$$

$$V = s^3 = 16^3 = 4096 \text{ cm}^3$$

SOLIDO

$$At = 9 \cdot Ab \text{ cubo} + Al \text{ piramide} = 9 \cdot 256 + 320 = 2304 + 320 = 2624 \text{ cm}^2$$

$$Vt = 2 \cdot V \text{ cubo} + V \text{ piramide} = 2 \cdot 4096 + 512 = 8192 + 512 = 8704 \text{ cm}^3$$

$$Massa = 8192 \cdot 8,5 + 512 \cdot 2,5 = 69.632 + 1280 = 70.912 \text{ g}$$

Equazioni

$$9x - 10x - 10 = -2x + 2 - 9$$

$$9x - 10x + 2x = +2 - 9 + 10$$

$$-x + 2x = -7 + 10$$

$$x = 3$$

$$9(3) - 10(3) - 10 = -2(3) + 2 - 9$$

$$27 - 30 - 10 = -6 + 2 - 9$$

$$-3 - 10 = -4 - 9$$

$$-13 = -13$$

$$-2x \cdot (x-1) + (2x+3)^2 - 8x = 2x^2 - 3$$

$$-2x^2 + 2x + 4x^2 + 12x + 9 - 8x = 2x^2 - 3$$

$$-2x^2 + 4x^2 - 2x^2 + 2x + 12x - 8x = -3 - 9$$

$$2x + 12x - 8x = -12$$

$$+6x = -12$$

$$x = -12 / 6 = -2$$

$$-2(-2) \cdot (-2-1) + (2(-2)+3)^2 - 8(-2) = 2(-2)^2 - 3$$

$$+4 \cdot (-3) + (-4+3)^2 + 16 = 2(4) - 1$$

$$-12 + (-1)^2 + 16 = 8 - 3$$

$$-12 + 1 + 16 = 5$$

$$-11 + 16 = 5$$

$$5 = 5$$

Acustica

In una località conosciuta per la buona qualità dell’eco, dopo avere lanciato un grido, si percepisce l’eco della propria voce dopo 7 secondi. Calcolate a quale distanza si trova la parete che riflette la voce, sapendo che la velocità del suono è circa 340 m/sec.

$$1 : 340 = \frac{7}{2} : x$$

$$x = 340 \cdot \frac{7}{2} : 1 = 170 \cdot 7 = 1190 \text{ m}$$

Probabilità

Lanciando due dadi qual è la probabilità che esca come loro somma 5. Giustifica la risposta indicando tutte le combinazioni possibili.

1 sul primo dado con sul secondo 1, 2, 3, 4, 5, 6

2 sul primo dado con sul secondo 1, 2, 3, 4, 5, 6

...

Per 36 possibili combinazioni.

Si ottiene come somma 5 solo nei seguenti casi

1+4; 2+3, 3+2; 4+1

$$p(E) = \frac{4}{36} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

Proporzionalità

Un negozio di scarpe propone tutti gli articoli con uno sconto del 20%. Giacomo acquista un paio di scarpe pagandole 28 €. Calcola il prezzo di listino non scontato.

28 € corrispondono a $(100-20) = 80\%$ del prezzo di listino

$$\frac{28}{80} \cdot 100 = 35 \text{ €}$$