Problemi guidati sulla circonferenza e sul cerchio. Seconda parte.

Testo dei problemi di Tiziana Carlesi. Adattamenti e soluzioni guidate a cura di UbiMath.

Circle and Circumference Problems.

1.

Un cerchio ha il centro in O e l'area di 225π cm^2. Sul prolungamento di un suo diametro AB si è preso un segmento BP che misura 10 cm e da P si è tracciato il segmento PT tangente alla circonferenza. Calcolare:

a) l'area e il perimetro del triangolo OPT;

b) la misura dell'altezza del triangolo OPT relativa al vertice T;

c) l'area e il perimetro del triangolo APT.

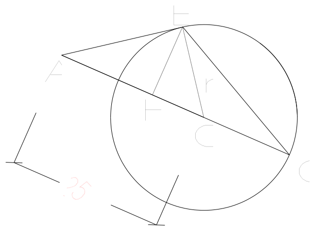
>> soluzione

2.

Osserva la figura: l'area del cerchio di centro O è di 706,50 cm^2 (225π cm^2), AB è tangente alla circonferenza e AO = 25 cm.

Calcola le misure di AB e BH, le aree dei triangoli ABO e ABC e il loro rapporto.

>> soluzione



3.

L'altezza del triangolo isoscele inscritto in una circonferenza è i 2/5 del raggio. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che l'area del cerchio è di 100π cm^2.

>> soluzione

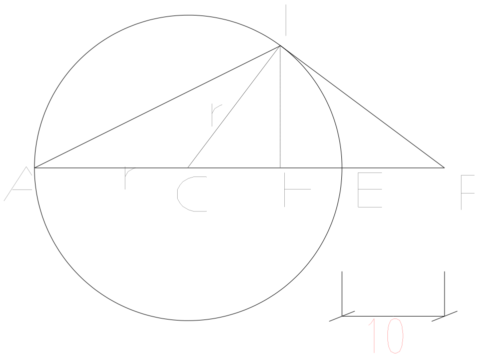
4.

In un cerchio che ha l'area di 625π cm^2, due corde AB e AD sono situate da parti opposte rispetto al diametro AC e le loro distanze dal centro misurano rispettivamente 15 cm e 7 cm.

Calcola l'area e la lunghezza del perimetro del quadrilatero ABCD.

>> soluzione

Un cerchio ha il centro in O e l'area di 225π cm². Sul prolungamento di un suo diametro AB si è preso un segmento BP che misura 10 cm e da P si è tracciato il segmento PT tangente alla circonferenza. Calcola l'area e il perimetro del triangolo OPT, la misura dell'altezza del triangolo OPT relativa al vertice T e l'area e il perimetro del triangolo APT.



Dati e relazioni

A = 225π cm²

BP = 10 cm

Richieste

1. perimetro e area triangolo OPT;
2. altezza triangolo OPT relativa vertice T;
3. perimetro e area triangolo APT

$$r = OT = OB = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{225\pi}{\pi}} = \sqrt{225} = 15\ cm$$

$$OP = r + BP = 15 + 10 = 25\ cm$$

Il triangolo OPT è rettangolo in T.

$$TP = \sqrt{OP^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20\ cm$$

$$A_{OPT} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{OT \cdot TP}{2} = \frac{20 \cdot 15}{2} = 10 \cdot 15 = 150\ cm^2$$

$$2p_{OPT} = OT + TP + OP = 15 + 20 + 25 = 60\ cm$$

Formula inversa

$$TH = \frac{2 \cdot A_{OPT}}{OP} = \frac{2 \cdot 150}{25} = 2 \cdot 6 = 12\ cm$$

$$OH = \sqrt{r^2 - TH^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9\ cm$$

I e II Teorema Euclide

$$OH : OT = OT : OP$$

$$OH : 15 = 15 : 25$$

$$OH = \frac{15 \cdot 15}{25} = \frac{3 \cdot 15}{5} = 3 \cdot 3 = 9\ cm$$

$$HP = OP - OH = 25 - 9 = 16\ cm$$

$$OH : HT = HT : HP$$

$$9 : HT = HT : 16$$

$$HT = \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = \mathbf{12}\ cm$$

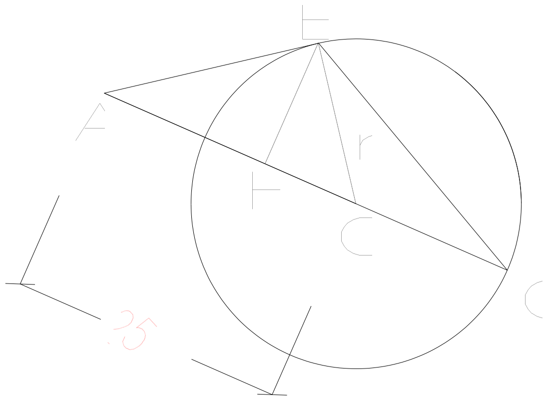
$$AP = 2r + BP = 2 \cdot 15 + 10 = 30 + 10 = 40\ cm$$

$$A_{APT} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AP \cdot TH}{2} = \frac{40 \cdot 12}{2} = 40 \cdot 6 = 240\ cm^2$$

$$AT = \sqrt{(OH + r)^2 + TH^2} = \sqrt{24^2 + 12^2} = \sqrt{576 + 144} = 12\sqrt{5}\ cm \cong 26{,}83\ cm$$

$$2p_{APT} = AP + TP + AT = 40 + 20 + 12\sqrt{5} = \left(60 + 12\sqrt{5}\right) cm \cong 86{,}83\ cm$$

Osserva la figura: l'area del cerchio di centro O è di 706,50 cm^2 (225π cm^2), AB è tangente alla circonferenza e AO = 25 cm. Calcola le misure di AB e BH, le aree dei triangoli ABO e ABC e il loro rapporto.



Dati e relazioni

A = 706,50 cm^2 (225π cm^2)

AO = 25 cm

Richieste

1. misure di AB e BH;
2. area triangoli ABO e ABC;
3. rapporto aree triangoli ABO e ABC

$$r = OC = OB = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{225\pi}{\pi}} = \sqrt{225} = 15\ cm$$

Il triangolo AOB è rettangolo in B.

$$AB = \sqrt{AO^2 - r^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20\ cm$$

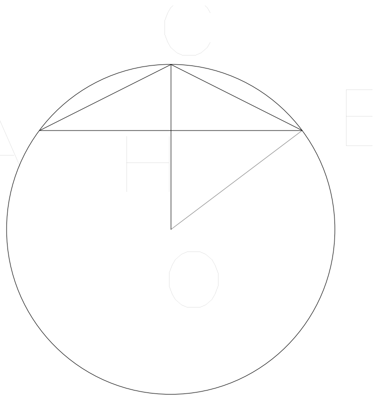
$$BH = H_{AOB} = \frac{2 \cdot A}{b} = \frac{2 \cdot \frac{c_1 \cdot c_2}{2}}{i} = \frac{c_1 \cdot c_2}{i} = \frac{AB \cdot r}{AO} = \frac{20 \cdot 15}{25} = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12\ cm$$

$$A_{ABO} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AO \cdot BH}{2} = \frac{25 \cdot 12}{2} = 25 \cdot 6 = 150\ cm^2$$

$$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(AO + r) \cdot BH}{2} = \frac{(25 + 15) \cdot 12}{2} = \frac{40 \cdot 12}{2} = 20 \cdot 12 = 240\ cm^2$$

$$\frac{A_{ABO}}{A_{ABC}} = \frac{150}{240} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

L'altezza del triangolo isoscele inscritto in una circonferenza è i 2/5 del raggio. Calcola il perimetro del triangolo sapendo che l'area del cerchio è di 100π cm^2.



Dati e relazioni

$h_{ABC} = \frac{2}{5} \cdot r$

$A = 100\pi\ cm^2$

CO = OB = r

Richiesta

perimetro trangolo

$$r = OC = OB = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{100\pi}{\pi}} = \sqrt{100} = 10\ cm$$

$$CH = \frac{2}{5} \cdot r = \frac{2}{5} \cdot 10 = 2 \cdot 2 = 4\ cm$$

$$OH = r - CH = 10 - 4 = 6\ cm$$

$$HB = \sqrt{r^2 - OH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8\ cm$$

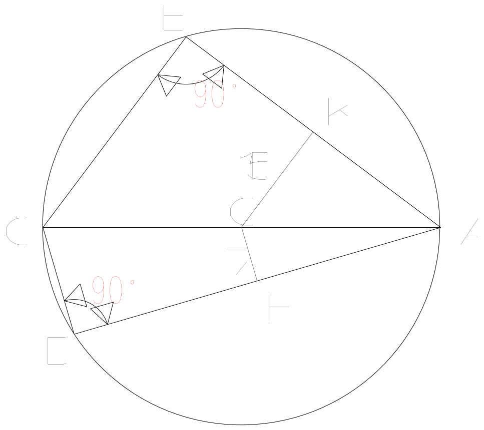
$$AC = CB = \sqrt{HB^2 + CH^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ cm \cong 8{,}94\ cm$$

$$AB = 2 \cdot HB = 2 \cdot 8 = 16\ cm$$

$$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{16 \cdot 4}{2} = 16 \cdot 2 = 32\ cm^2$$

$$2p_{ABC} = AB + 2 \cdot BC = 16 + 2 \cdot 4\sqrt{5} = \left(16 + 8\sqrt{5}\right)cm \cong 33{,}88\ cm$$

In un cerchio che ha l'area di 625π cm^2, due corde AB e AD sono situate da parti opposte rispetto al diametro AC e le loro distanze dal centro misurano rispettivamente 15 cm e 7 cm.
Calcola l'area e la lunghezza del perimetro del quadrilatero ABCD.



Dati e relazioni

$A = 625\pi$ cm^2

OK = 15 cm

OH = 7 cm

Richieste

1. area quadrilatero ABCD;
2. perimetro quadrilatero ABCD

$$r = OC = OA = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{625\pi}{\pi}} = \sqrt{625} = 25\ cm$$

$$d = AC = 2 \cdot r = 2 \cdot 25 = 50\ cm$$

Applicando il Teorema di Pitagora

$$AK = \sqrt{r^2 - OK^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20\ cm$$

$$AB = 2 \cdot AK = 2 \cdot 20 = 40\ cm$$

$$BC = \sqrt{d^2 - AB^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = \sqrt{900} = 30\ cm$$

$$AH = \sqrt{r^2 - OH^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24\ cm$$

$$AD = 2 \cdot AH = 2 \cdot 24 = 48\ cm$$

$$CD = \sqrt{d^2 - AD^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = \sqrt{196} = 14\ cm$$

Usando i triangoli simili (lati in proporzione)

$$AO : OK = AC : CB$$

$$25 : 15 = 50 : CB$$

$$OH = \frac{15 \cdot 50}{25} = 15 \cdot 2 = 30\ cm$$

$$AB = \sqrt{d^2 - CB^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = \sqrt{1600} = 40\ cm$$

$$AO : OH = AC : CD$$

$$25 : 7 = 50 : CD$$

$$CD = \frac{7 \cdot 50}{25} = 7 \cdot 2 = 14\ cm$$

$$AD = \sqrt{d^2 - CD^2} = \sqrt{50^2 - 14^2} = \sqrt{2304} = 48\ cm$$

$$2p_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 40 + 30 + 14 + 48 = 70 + 62 = 132\ cm$$

$$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{40 \cdot 30}{2} = 20 \cdot 30 = 600\ cm^2$$

$$A_{ACD} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{CD \cdot AD}{2} = \frac{14 \cdot 48}{2} = 7 \cdot 48 = 336\ cm^2$$

$$A_{ABCD} = A_{ABC} + A_{ACD} = 600 + 336 = 936\ cm^2$$

Keywords

Geometria, cerchio, circonferenza, pi greco, Pi, diametro, raggio, centro, corda, distanza dal centro, settore, segmento, corona circolare, arco, Pitagora, problemi di geometria con soluzioni, Matematica, esercizi con soluzioni.
Geometry, circle, circumference, circumference and area of circe, pigreco, diameter, radius, radii, center, chord, arc, sagitta, Geometry Problems with solution, Math.
Geometría, circunferencia, circulo, disco, radio, diámetro, arco, Área, perímetro, Matemática.
Géométrie, cercle, circonférence, centre, corde, arc, rayon, diamètre, flèche, Aires, périmètres, Mathématique.
Geometrie, Kreis, Ortslinie, Umfang, Radius, Durchmesser, Mathematik.

Dansk (Danish) omkreds, periferi Nederlands (Dutch) cirkelomtrek Français (French) circonférence Deutsch (German) Umfang, Kreislinie Ελληνική (Greek) περιφέρεια ή περίμετρος κύκλου Italiano (Italian) circonferenza Português (Portuguese) circunferência Русский (Russian) окружность Español (Spanish) circunferencia Svenska (Swedish) omkrets, periferi 中文（简体） (Chinese (Simplified)) 圆周, 胸围, 周围 中文（繁體） (Chinese (Traditional)) n. - 圓周, 胸圍, 周圍 한국어 (Korean)원주, 주위, 영역 日本語 (Japanese)円周, 周辺, 周囲 العربية (Arabic) (الاسم) محيط الدائرة, محيط עברית (Hebrew) היקף	Dansk (Danish)cirkel Nederlands (Dutch) kring Français (French) cercle, Deutsch (German) Kreis Ελληνική (Greek) κύκλος Português (Portuguese) círculo Русский (Russian) описывать Español (Spanish) círculo Svenska (Swedish) cirkel 中文（简体） (Chinese (Simplified)) 圆周 中文（繁體） (Chinese (Traditional)) 圓周 한국어 (Korean) 원 日本語 (Japanese) 円 - العربية (Arabic) (الاسم) دائرة עברית (Hebrew) מחזור