

Capitale, interesse e montante

Le operazioni finanziarie più semplici consistono in uno scambio di denaro, che avviene tra due persone o tra una persona e un operatore finanziario, in un dato intervallo di tempo.

Il **debitore**, in un preciso momento riceve del denaro in **prestito** (credito di finanziamento) e, nello stesso tempo, si impegna a restituirlo al **creditore**, che ha prestato il denaro, in una data successiva.



Il creditore vuole generalmente avere un compenso per il prestito accordato e il debitore deve generalmente restituire più denaro di quanto ha preso in prestito.

Una caso analogo sono le **dilazioni di pagamento** (pagamento posticipato a seguito di un credito di regolamento) che vanno onorate, dopo un ulteriore tempo concordato, pagando di più di quanto dovuto alla scadenza.

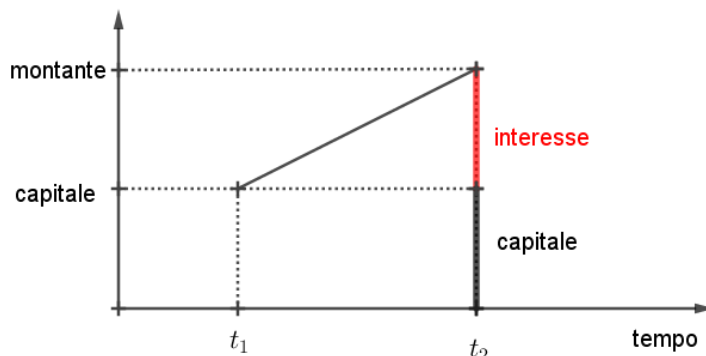
INTERESSE, CAPITALE E MONTANTE

Quando viene accordato ad altri una somma di denaro in prestito per un tempo determinato si ha diritto sia alla restituzione della somma prestata, alla scadenza convenuta, sia a un compenso, convenuto preventivamente, denominato **interesse** (I).

Il denaro che genera l'interesse viene chiamato **capitale** (C).

La somma di capitale e interesse viene definita **montante** (M).

Il **tasso di interesse** (i) è l'interesse maturato per ogni unità di capitale in una unità di tempo, tipicamente l'anno, ed è espresso in percentuale.



Il montante è dato, quindi, dalla seguente formula.

$$\underbrace{M}_{\text{montante}} = \underbrace{C}_{\text{capitale}} + \underbrace{I}_{\text{interesse}}$$

Esempio

A un capitale C di 2000 €, prestato per 1 anno e che otterrà un un interesse I di 12 € corrisponde un montante di 2012 €.

$$M = C + I = 2000 \text{ €} + 12 \text{ €} = 2012 \text{ €}$$

Regime di capitalizzazione semplice

Si opera in un **regime di capitalizzazione semplice** quando l'interesse è **direttamente proporzionale** al capitale e al tempo.

Esempio

Capitale C 2000 €, tempo 1 anno e tasso d'interesse i 1,5%

$$1,5 \text{ €} : 100 \text{ €} = x : 2000 \text{ €}$$

Se ho 1,5 € di interesse ogni 100 € prestati, quanto riceverò se presto 2000 €?

Indicando con I l'interesse, con i il **tasso di interesse**, espresso in percentuale e cui si fa riferimento come prezzo che deve sostenere chi prende a prestito del denaro, e con t il **tempo di capitalizzazione** abbiamo le seguenti formule dirette.

Il tasso di interesse dello 0,01% è chiamato punto base.

$$I = C \cdot i \cdot t$$

Esempio

Capitale C 2000 €, tempo 1 anno e tasso d'interesse i 1,5%

$$I = C \cdot i \cdot t = 2000 \text{ €} \cdot \frac{1,5}{100} \cdot 1 \text{ anno} = 30 \text{ €}$$

Il tasso di interesse è espresso, salva diversa indicazione, in termini annuali.

Per questo motivo si conviene convertire la durata di un'operazione finanziaria in anni.

Si utilizza, inoltre, la convenzione dell'anno commerciale: un anno viene considerato formato da 12 mesi di 30 giorni ciascuno, per complessivi 360 giorni.

$$I = C \cdot i \cdot \text{anni} \qquad I = C \cdot i \cdot \frac{\text{mesi}}{12} \qquad I = C \cdot i \cdot \frac{\text{giorni}}{360}$$

Da queste si possono ricavare le formule inverse usando i principi di equivalenza.

$$I = C \cdot i \cdot t \rightarrow C \cdot i \cdot t = I$$

$$C \cdot i \cdot t \cdot \frac{1}{C \cdot t} = I \cdot \frac{1}{C \cdot t} \rightarrow i = \frac{I}{C \cdot t}$$

$$C \cdot i \cdot t \cdot \frac{1}{i \cdot t} = I \cdot \frac{1}{i \cdot t} \rightarrow C = \frac{I}{i \cdot t}$$

$$C \cdot i \cdot t \cdot \frac{1}{C \cdot i} = I \cdot \frac{1}{C \cdot i} \rightarrow t = \frac{I}{C \cdot i}$$

Esempio

Un investimento di 12500 € per due anni rende un interesse di 500 €. Il regime di capitalizzazione è a interesse semplice. Calcola il tasso di interesse applicato.

$$i = \frac{I}{C \cdot t} = \frac{500}{12500 \cdot 2} = \frac{250}{12500} = \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = 2 \%$$

Il regime di capitalizzazione composta

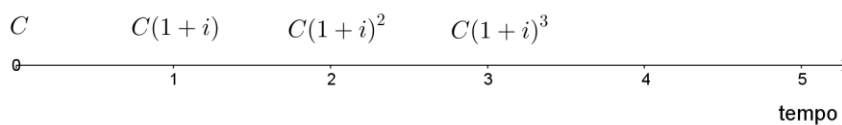
Si opera in un **regime di capitalizzazione composta**, detto anche regime dell'interesse composto, quando gli interessi maturati vengono reinvestiti in modo da generare a loro volta interessi.

L'interesse composto invece di essere pagato o riscosso va ad aggiungersi al capitale, generando a sua volta interesse.

Ad esempio, 1000 € a un tasso dell'1% generano a fine anno 10 € di interesse e un montante di 1010 €. Dopo un ulteriore anno l'interesse non sarà di 10 € ma di 10 e 10 centesimi (1% dei 10 € maturati il primo anno) e il montante sarà di 1020,10 €.

La formula per il calcolo del valore dell'investimento cui è applicato l'interesse composto è dopo t anni la seguente

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$








Esempio

Un investitore affida a una finanziaria 10000 € per 3 anni al tasso annuo composto del 2%. Calcola il montante dopo tre anni.

$$M = 10000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^3 = 10612,08 \text{ €}$$

Play & Video

-  Interesse semplice https://youtu.be/eGeE2w7qF_o
-  Tasso d'interesse <https://youtu.be/QPWEMjPWtHI>
-  Per esempi. www.youtube.com/watch?v=X79DYM4K0zw
-  Le obbligazioni https://youtu.be/QItuF_JBqfs
-  Interesse https://youtu.be/M8nrEIS_cRA

Ripasso delle percentuale

Il rapporto percentuale o **percentuale** è un modo per esprimere un rapporto e in particolare descrive la grandezza di una quantità rispetto a un'altra espressa in centesimi.

La percentuale si calcola come prodotto del rapporto tra due quantità per 100.

$$r = \frac{a}{b} \cdot 100 = a : b \cdot 100$$

Il rapporto $1/2 = 1 : 2 = 0,5$ è espresso come rapporto percentuale uguale al 50% (50 per cento) e indica una divisione per 100 ($50/100 = 50 : 100 = 1/2 = 0,5$). Si tratta di scrivere, quindi, una frazione con denominatore 100.

La percentuale, essendo un rapporto tra valori qualsiasi, è usualmente espressa da un numero decimale di cui si evidenziano le sole prime due cifre decimali ($3,2\% = 3,22\%$).

La percentuale viene solitamente utilizzata per determinate coppie di valori:

1. quando i due valori misurano le cardinalità di due insiemi uno incluso nell'altro (esempio *"il 30% dei gatti ha macchie beige"*)
2. quando uno dei due valori misura una variazione dell'altro (esempio *"la produzione è aumentata del 10%"*)
3. quando i due valori misurano una stessa grandezza prima e dopo una variazione (ad esempio *"i guadagni sono solo il 70% di quelli dell'anno precedente"*)¹

Ha poco senso, sebbene formalmente corretto, mettere in relazione con una percentuale due quantità che non rientrano in uno di questi casi, anche qualora queste siano effettivamente connesse (ad esempio non si dirà *"i danesi sono il 10% degli italiani"* ma casomai *"il rapporto tra danesi e italiani è di 1 a 10, oppure, è un decimo"*).

La percentuale viene utilizzata in statistica, anche perché legata all'idea intuitiva di "quanti a trovo se prendo a caso 100 b " e quindi al concetto di campione.²

Esempio 1

$$\% \text{ sconto} = \frac{\text{prezzo listino} - \text{prezzo scontato}}{\text{prezzo di listino}} \cdot 100 = \frac{\text{sconto}}{\text{prezzo di listino}} \cdot 100 = \frac{3}{25} \cdot 100 = 12\%$$

Esempio 2

$$\% \text{ domande corrette} = \frac{\text{domande corrette}}{\text{domande totali}} \cdot 100 = \frac{12}{20} \cdot 100 = 60\%$$

Esempio 3

Produzione mondiale di cereali 2221 milioni di tonnellate. La Cina ne produce 445 milioni.

$$\% \text{ produzione della Cina} = \frac{\text{produzione Cina}}{\text{produzione mondiale}} \cdot 100 = \frac{445}{2221} \cdot 100 \approx 20,04\%$$

Talora la percentuale è espressa in millesimi, ovvero come frazione con denominatore 1000 (‰).

Per trovare le percentuali si risolve un problema di proporzionalità diretta e si impostano proporzioni in cui uno dei termini noti è 100.

$$\begin{aligned} r : 100 &= p : t \\ \text{oppure} \\ p : r &= t : 100 \end{aligned}$$

¹ Parte tratta da Wikipedia (wikipedia.org), l'enciclopedia libera

² Parte tratta da Wikipedia (wikipedia.org), l'enciclopedia libera