Esercitazione Esame di Stato Secondaria di primo grado

1 Piano cartesiano

In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy (u = 1 cm), si traccino le rette:

$r : y = 2x - 2$

$s : y = -\frac{1}{2}x + 3$

a) Determina, per via grafica e analitica, le coordinate del punto di intersezione P delle due rette r e s. Verifica algebricamente il risultato ottenuto.

b) Calcola il perimetro e l'area del triangolo PRS, essendo R e S i punti di intersezione delle rette r e s con l'asse y delle ordinate.

c) Scrivi l'equazione della retta t parallela a r e passante per l'origine xOy.

2 Geometria solida

Un prisma quadrangolare regolare è sormontato da una piramide, essa pure quadrangolare regolare e con la base coincidente con la faccia superiore del prisma. L'apotema della piramide misura 10 cm e il suo spigolo di base misura 16 cm. Il prisma è formato da due cubi uguali e sovrapposti.

Calcola la misura dell'area della superficie totale del solido, la misura del suo volume e il suo peso sapendo che il prisma è realizzato in bronzo 14% (ps 8,9 g/cm^3) e la piramide in alluminio (ps = 2,6 g/cm^3).

Disegna, su di un foglio a parte, in assonometria cavaliera il solido descritto.

3 Equazioni

Risolvi e verifica le equazioni seguenti.

$$9x - 10x - 10 = -\,2x + 2 - 9$$

$$-2x \cdot (x-1) + (2x+3)^2 - 8x = 2x^2 - 3$$

$$\frac{8-x}{10} + \frac{2}{3} = \frac{3(x-4)}{3} + \frac{2(20-x)}{30}$$

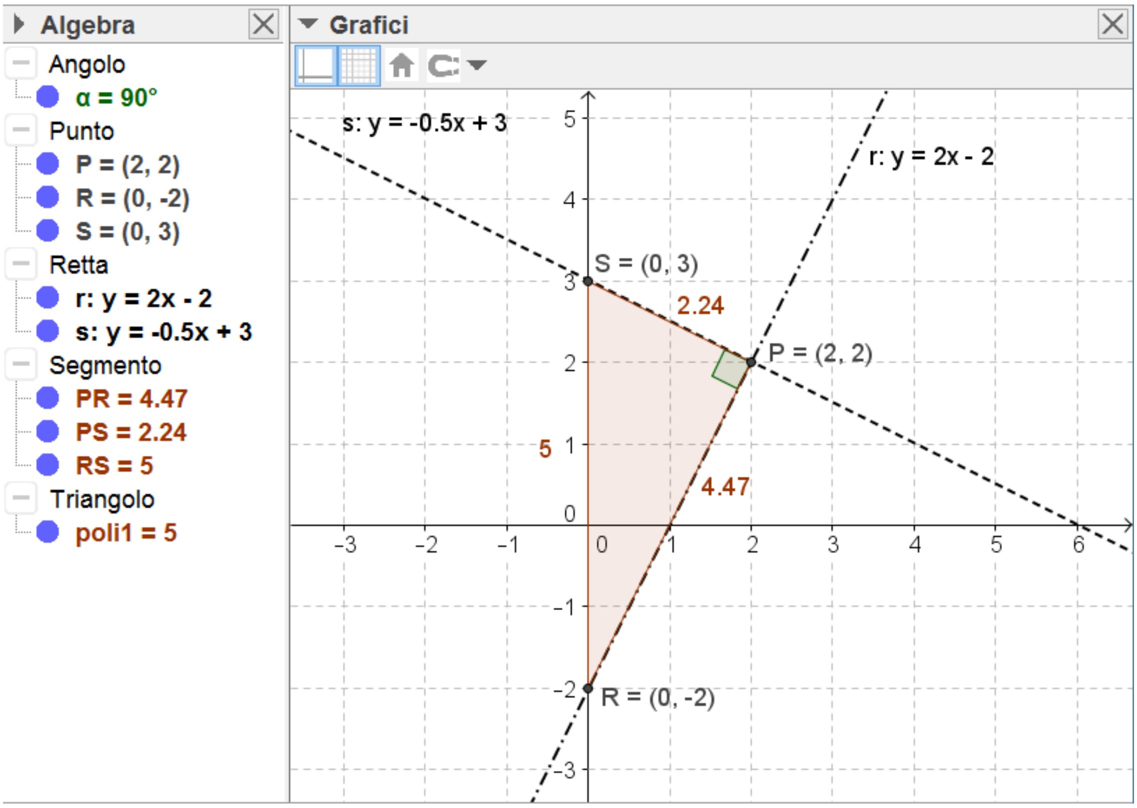
4 Probabilità

Nelle monete da 50 lire, che circolavano in Italia prima dell'introduzione dell'euro, avvenuta nel 2002, è possibile identificare una faccia come "testa" e una come "croce" con rappresentato il dio Vulcano o Efesto, nudo e voltato di spalle, nell'atto di battere il martello sull'incudine, affiancato dall'anno di conio e dal valore della moneta.

Calcola la probabilità che lanciandone tre di queste assieme escano le seguenti combinazioni.

a) Escono due facce con la testa.
b) Escono tre facce con rappresentato il dio Vulcano.
c) Non esce su nessuna moneta la faccia croce
d) Esce una sola testa

1 Piano cartesiano



$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 2x - 2 = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 4x - 4 = -x + 6 \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 2 \\ 5x = 10 \end{cases} \begin{cases} y = 4 - 2 = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$PR = \sqrt{(x_P - x_R)^2 + (y_P - y_R)^2} = \sqrt{(2-0)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4{,}47\ cm$$

$$PS = \sqrt{(x_P - x_S)^2 + (y_P - y_S)^2} = \sqrt{(2-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \approx 2{,}24\ cm$$

$$SR = |y_S - y_R| = |3 - (-2)| = 5\ cm$$

$$2p = \left(5 + 2\sqrt{5} + \sqrt{5}\right)cm = \left(5 + 3\sqrt{5}\right)cm \approx (5 + 4{,}47 + 2{,}24) \approx 11{,}71\ cm$$

Essendo il triangolo rettangolo in P ($r \perp s$) posso calcolare l'area usando come base e altezza i due cateti PS e PR del triangolo dato.

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{PR \cdot PS}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2} = \sqrt{5 \cdot 5} = 5\ cm^2$$

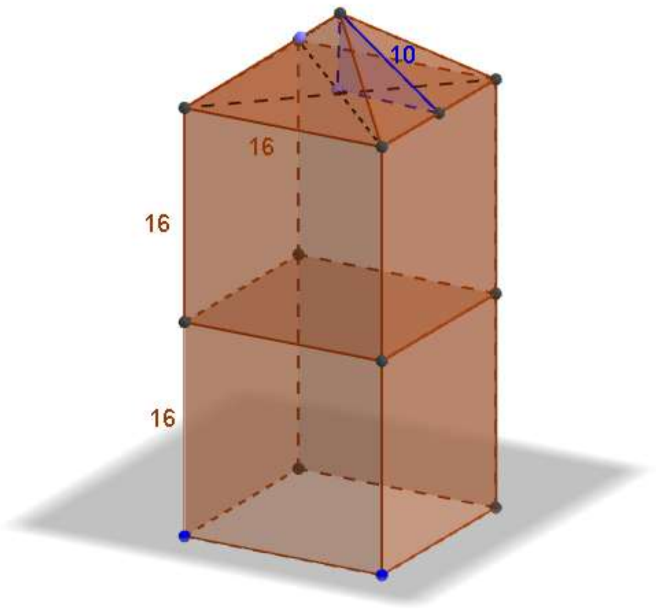
L'equazione della retta t parallela a r e passante per l'origine xOy deve avere lo stesso coefficiente angolare (2) e intercetta 0 (incontra l'asse delle y in 0).

$r : y = 2x - 2$

$t: y = 2x$

$r: y = 2x - 2 \parallel t: y = 2x$

2 Geometria solida

PIRAMIDE $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - 8^2}$ $h = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6\ cm$ $Ab = s^2 = 16^2 = 256\ cm^2$ $Al = \frac{2p \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 10}{2} = 320\ cm^2$ $V = \frac{Ab \cdot h}{3} = \frac{256 \cdot 6}{3} = 512\ cm^3$	

CUBO

$Ab = s^2 = 256\ cm^2$

SOLIDO

$At = 9\ Ab\ cubo + Al\ piramide = 9 \cdot 256 + 320 = 2304 + 320 = 2624\ cm^2$

$Vt = 2 \cdot 4096 + 512 = 8192 + 512 = 8704\ cm^3$

$Peso = 8192 \cdot 8{,}9 + 512 \cdot 2{,}6 = 72.908{,}8 + 1331{,}2 = 74.240\ g$

L'assonometria Cavaliera fa riferimento a tre assi (sistema xyz).

L'asse x forma un angolo a 45° rispetto all'orizzontale e al verticale. Le misure delle dimensioni riferite agli assi y e z rispecchiano quelle reali (scala 1:1) mentre le misure delle dimensioni riferite all'asse x vanno ridotte della metà (scala 1:2).

3 Equazioni

$9x - 10x - 10 = -2x + 2 - 9$
$9x - 10x + 2x = +2 - 9 + 10$
$-x + 2x = -7 + 10$
$\boldsymbol{x = 3}$

$9(3) - 10(3) - 10 = -2(3) + 2 - 9$
$27 - 30 - 10 = -6 + 2 - 9$
$-3 - 10 = -4 - 9$
$\boldsymbol{-13 = -13}$

$-2x \cdot (x-1) + (2x+3)^2 - 8x = 2x^2 - 3$
$-2x^2 + 2x + 4x^2 + 12x + 9 - 8x = 2x^2 - 3$
$-2x^2 + 4x^2 - 2x^2 + 2x + 12x - 8x = -3 - 9$
$2x + 12x - 8x = -12$
$+6x = -12$
$x = -12/6 = -2$

$-2(-2) \cdot (-2-1) + (2(-2)+3)^2 - 8(-2) = 2(-2)^2 - 3$
$+4 \cdot (-3) + (-4+3)^2 + 16 = 2(4) - 1$
$-12 + (-1)^2 + 16 = 8 - 3$
$-12 + 1 + 16 = 5$
$-11 + 16 = 5$
$5 = 5$

$\frac{8-x}{10} + \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot (x-4)}{3} + \frac{2 \cdot (20-x)}{30}$
$3(8-x) + 20 = 30(x-4) + 2(20-x)$
$3(8-x) + 20 = 30(x-4) + 2(20-x)$
$24 - 3x + 20 = 30x - 120 + 40 - 2x$
$-3x - 30x + 2x = -120 + 40 - 24 - 20$
$-31x = -124$
$31x = 124$
$x = 4$

$\frac{8-x}{10} + \frac{2}{3} = \frac{3(x-4)}{3} + \frac{2(20-x)}{30}$
$\frac{8-4}{10} + \frac{2}{3} = \frac{3(4-4)}{3} + \frac{2(20-4)}{30}$
$\frac{4}{10} + \frac{2}{3} = \frac{32}{30}$
$\frac{12+20}{30} = \frac{32}{30}$

3 Probabilità

Ci sono 8 possibili combinazioni (TTT, TTC, TCT, TCT, CCC, …)

3/8; 1/8; 1/8; 3/8