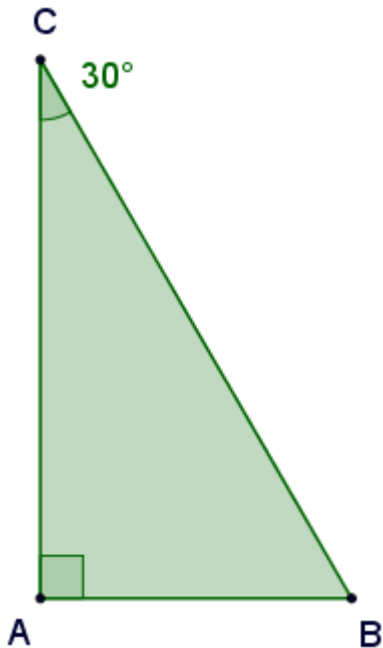


**Raccolta di problemi di geometria piana sul teorema di Pitagora applicato ai triangoli con angoli di 45°, 30° e 60°. Completi di soluzione guidata.**

*Triangle Problems involving Pythagoras Theorem. (Geometry)*

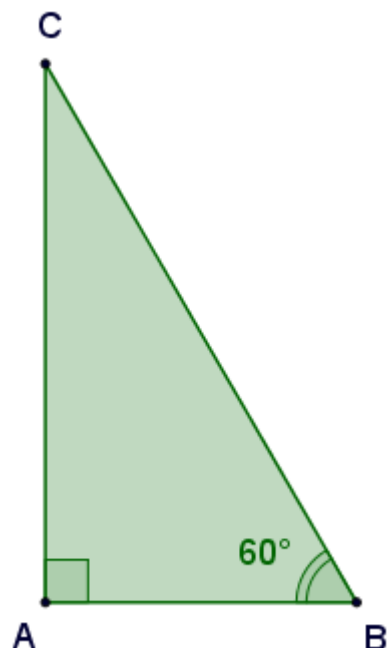
Attribuisci le misure ai lati dei seguenti triangoli rettangoli. Verifica che applicando il teorema di Pitagora e le formule brevi si ottiene lo stesso risultato.

1.



$AB = 10 \text{ cm}$   
 $\angle B = \dots\dots\dots$   
 $BC = \dots\dots\dots \text{ cm}$   
 $AC = \dots\dots\dots \text{ cm}$

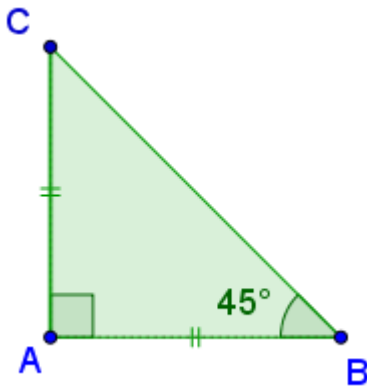
[soluzione](#)



$BC = 10 \text{ cm}$   
 $\angle B = \dots\dots\dots$   
 $AB = \dots\dots\dots \text{ cm}$   
 $AC = \dots\dots\dots \text{ cm}$

[soluzione](#)

2.

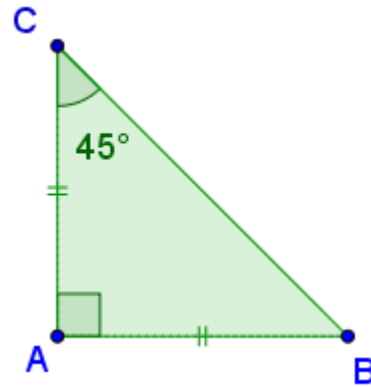


$$AB = 10 \text{ cm}$$

$$\angle C = \dots\dots\dots$$

$$BC = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

$$AC = \dots\dots\dots \text{ cm}$$



$$BC = 30 \text{ cm}$$

$$\angle B = \dots\dots\dots$$

$$AB = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

$$AC = \dots\dots\dots \text{ cm}$$

[soluzione](#)

Usa per allinearti i simulatori, nati per Alice, e che trovi on line per esercitarti ai collegamenti seguenti:

>> [www.ubimath.org/geogebra/TriangoloRettangolo454590\\_UbiMath2017.ggb](http://www.ubimath.org/geogebra/TriangoloRettangolo454590_UbiMath2017.ggb)

>> [www.ubimath.org/geogebra/TriangoloRettangolo306090\\_UbiMath2017.ggb](http://www.ubimath.org/geogebra/TriangoloRettangolo306090_UbiMath2017.ggb)

3. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo acuto in B di 45° e il suo cateto AB misura 20 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

4. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, è isoscele e la sua ipotenusa BC misura  $2\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

5. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in C di 30° e l'ipotenusa BC misura 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

6. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B di 60° e il cateto minore AB che misura 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

7. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B di 60° e il cateto maggiore AC che misura  $4\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

8. Un triangolo rettangolo in A ha l'angolo in B di 60°. Sapendo che la lunghezza della sua ipotenusa BC è di 20 cm, calcola il perimetro e l'area del triangolo rettangolo.

[soluzione](#)

9. Un triangolo scaleno ABC ha l'angolo in corrispondenza del vertice A ampio  $30^\circ$  e quello nel vertice B di  $45^\circ$ . Sapendo che l'altezza CH, relativa al lato AB, è lunga 20 cm, determina l'area e il perimetro del triangolo.

[soluzione](#)

10. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa BC, che è il doppio del cateto minore AB, misura 8 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

11. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa BC è il doppio del cateto minore AB e il cateto maggiore AC misura  $2\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

12. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha i due angoli acuti uguali e la sua ipotenusa BC misura  $6\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

13. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B che il doppio dell'angolo in C e il cateto maggiore AC che misura  $6\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

14. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha i due angoli acuti da  $45^\circ$  e la sua ipotenusa BC misura  $6\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

15. Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, è isoscele e il suo cateto AB misura 12 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

[soluzione](#)

16. In un triangolo ABC l'altezza CH, lunga 24 cm, forma con il lato AC un angolo di  $60^\circ$  e con il lato BC un angolo di  $45^\circ$ . Calcolate il perimetro e l'area del triangolo dato.

[soluzione](#)

17. In un triangolo isoscele ABC l'angolo al vertice è di  $120^\circ$  e uno dei lati uguali misura 4 m. Calcolate il perimetro e l'area del triangolo dato.

[soluzione](#)

18. Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di  $60^\circ$ . Sapendo che la base maggiore misura 16 m e la minore 10 m calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

[soluzione](#)

19. Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di  $30^\circ$ . Sapendo che la base minore misura 20 cm e il lato obliquo 40 cm calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

[soluzione](#)

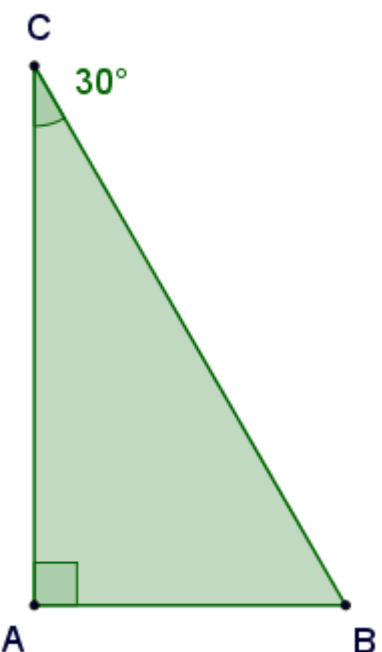
20. Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di  $45^\circ$ . Sapendo che l'altezza del trapezio misura 12 cm e che la base minore congruente a questa calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

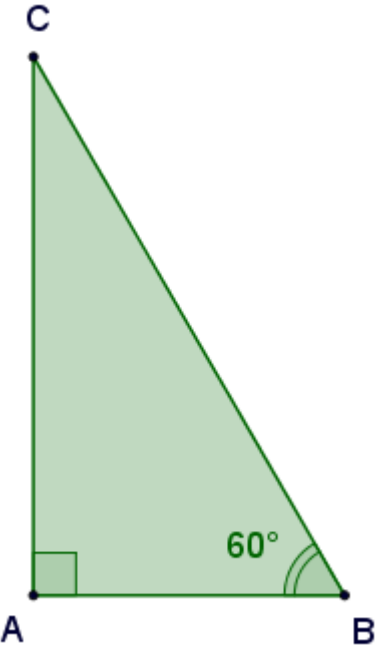
[soluzione](#)

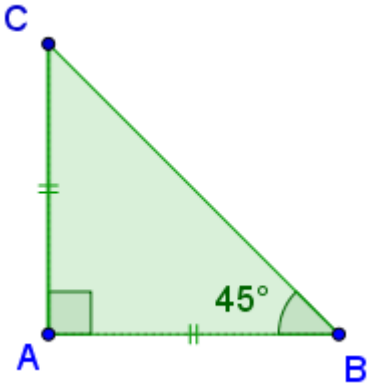
21. Un rombo è formato da due triangoli equilateri sovrapposti. Sapendo che il perimetro del rombo misura 120 m calcola l'area della figura.

[soluzione](#)

## Soluzioni

	<p> <math>AB = 10 \text{ cm}</math>  <math>\angle A = 90^\circ</math>  <math>\angle C = 30^\circ</math> </p> <p>La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo di <math>180^\circ</math>.</p> $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ <p>Il triangolo rettangolo ha l'altro angolo di <math>30^\circ</math> (<math>180^\circ - 60^\circ</math>) ed è la metà di un triangolo equilatero.</p>
$CB = 2 \cdot AB = 20 \text{ cm}$ $AB = \frac{l}{2} \sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$	$CB = 2 \cdot AB = 20 \text{ cm}$ <p>Applico il teorema di Pitagora</p> $AB = \sqrt{CB^2 - AC^2}$ $AB = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} \text{ cm}$ <p>Applico le proprietà dei radicali</p> $AB = \sqrt{3 \cdot 100} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{100} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$

	<p> <math>BC = 10 \text{ cm}</math>  <math>\angle A = 90^\circ</math>  <math>\angle B = 60^\circ</math>                      La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo di <math>180^\circ</math>.  <math>\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ</math>                      Il triangolo rettangolo ha l'altro angolo di <math>60^\circ</math> (<math>180^\circ - 30^\circ</math>) ed è la metà di un triangolo equilatero.                 </p>
<p> <math>AB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}10 = 5 \text{ cm}</math>  <math>AC = \frac{l}{2}\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \text{ cm}</math> </p>	<p> <math>AB = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}10 = 5 \text{ cm}</math>                      Applico il teorema di Pitagora  <math>AC = \sqrt{CB^2 - AB^2}</math>  <math>AC = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \text{ cm}</math>                      Applico le proprietà dei radicali  <math>AB = \sqrt{3 \cdot 25} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = 5\sqrt{3} \text{ cm}</math> </p>

	<p><math>AB = 20 \text{ cm}</math></p> <p><math>\angle A = 90^\circ</math></p> <p><math>\angle B = 45^\circ</math></p> <p>La somma degli angoli interni di un triangolo è un angolo di <math>180^\circ</math>.</p> <p><math>\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ</math></p> <p>Il triangolo rettangolo ha l'altro angolo di <math>45^\circ</math> (<math>180^\circ - 90^\circ</math>) ed è isoscele e la sua ipotenusa è la diagonale di un quadrato che ha per lati i cateti.</p>
<p><math>AC = AB = 20 \text{ cm}</math></p> <p><math>AB = l\sqrt{2} = 20\sqrt{2} \text{ cm}</math></p>	<p><math>AC = AB = 20 \text{ cm}</math></p> <p>Applico il teorema di Pitagora</p> <p><math>AB = \sqrt{AC^2 + AC^2}</math></p> <p><math>AB = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} \text{ cm}</math></p> <p>Applico le proprietà dei radicali</p> <p><math>AB = \sqrt{2 \cdot 20^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{20^2} = 20\sqrt{2} \text{ cm}</math></p>

Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo acuto in B di 45° e il suo cateto AB misura 20 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 45^\circ$$

$$AB = 20 \text{ cm}$$

### Richieste

1.  $2p$ ;

2. Area

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

Un triangolo rettangolo con due angoli di 45° è isoscele.

$$AB = AC = c_1 = c_2 = 20 \text{ cm}$$

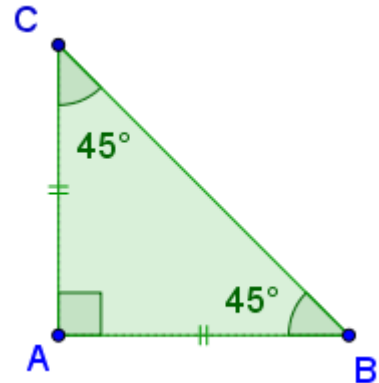
$$BC = i = \sqrt{AB^2 + AC^2} =$$

$$BC = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{400 + 400} = \sqrt{400 \cdot 2} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC$$

$$2p = 20 + 20 + 20\sqrt{2} = (40 + 20\sqrt{2}) \text{ cm}$$



Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, è isoscele e la sua ipotenusa BC misura  $2\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Un triangolo rettangolo con due angoli di 45° è isoscele.

*Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa somma di due quadrati uguali costruiti sui cateti, è possibile trovare il lato di uno dei quadrati costruiti sui cateti ...*

$$AB = AC = c_1 = c_2 = \sqrt{\frac{CB^2}{2}} = \sqrt{\frac{(2\sqrt{2})^2}{2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2}{2}} = 2 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC$$

$$2p = 2 + 2 + 2\sqrt{2} = (4 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}$$

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

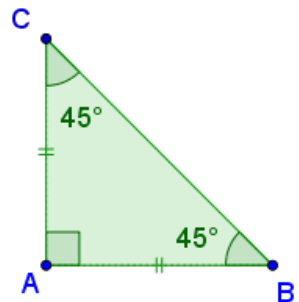
$$AB = AC$$

$$BC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

### Richieste

1.  $2p$ ;

2. Area





Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in C di 30° e l'ipotenusa BC misura 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{C} = 30^\circ$$

$$BC = 16 \text{ cm}$$

### Richieste

1. 2p; 2. Area

$$\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

Si può applicare, quindi, il Teorema di Pitagora ...

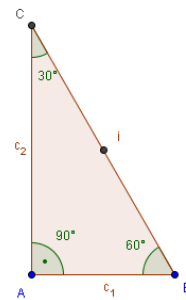
$$AB = c_1 = \frac{BC}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$AC = c_2 = \sqrt{CB^2 - AB^2}$$

$$AC = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{256 - 64} = \sqrt{192} = \sqrt{64 \cdot 3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 8 + 16 + 8\sqrt{3} = (24 + 8\sqrt{3}) \text{ cm}$$



Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B di 60° e il cateto minore AB che misura 16 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ$$

$$AB = 16 \text{ cm}$$

### Richieste

1. 2p; 2. Area

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

*Si può applicare, quindi, il Teorema di Pitagora ...*

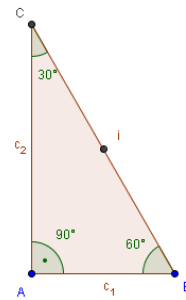
$$BC = i = 2 \cdot AB = 2 \cdot c_1 = 2 \cdot 16 = 32 \text{ cm}$$

$$AC = c_2 = \sqrt{CB^2 - AB^2}$$

$$AC = \sqrt{32^2 - 16^2} = \sqrt{1024 - 256} = \sqrt{768} = \sqrt{256 \cdot 3} = 16\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{16 \cdot 16\sqrt{3}}{2} = 128\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 16 + 32 + 16\sqrt{3} = (48 + 16\sqrt{3}) \text{ cm}$$



Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B di 60° e il cateto maggiore AC che misura  $4\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ$$

$$AC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

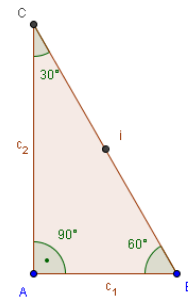
**Richieste**

1. 2p; 2. Area

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

*Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa 4 volte il quadrato costruito sul cateto minore, è possibile trovare il lato del quadrato costruito sul cateto minore sapendo che questo quadrato ha area pari a un terzo di quella costruita sull'altro cateto ...*



$$AB = \frac{AC}{2} = c_1 = \sqrt{\frac{AC^2}{3}} = \sqrt{\frac{(4\sqrt{3})^2}{3}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{3}} = 4 \text{ cm}$$

$$BC = i = 2 \cdot AB = 2 \cdot c_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 4 + 8 + 4\sqrt{3} = (12 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Un triangolo rettangolo in A ha l'angolo in B di 60°. Sapendo che la lunghezza della sua ipotenusa BC è di 20 cm, calcola il perimetro e l'area del triangolo rettangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ$$

$$BC = 20 \text{ cm}$$

### Richieste

1. 2p; 2. Area

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

Si può applicare, quindi, il Teorema di Pitagora ...

$$AB = c_1 = \frac{BC}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$AC = c_2 = \sqrt{CB^2 - AB^2}$$

$$AC = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{400 - 100} = \sqrt{300} = \sqrt{100 \cdot 3} = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

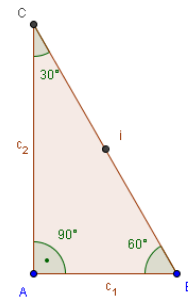
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{10 \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A = 50\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 86,60 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC$$

$$2p = 10 + 20 + 10\sqrt{3} = (30 + 10\sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$2p = (30 + 10\sqrt{3}) \text{ cm} \approx 47,32 \text{ cm}$$



Un triangolo scaleno ABC ha l'angolo in corrispondenza del vertice A ampio 30° e quello nel vertice B di 45°. Sapendo che l'altezza CH, relativa al lato AB, è lunga 20 cm, determina l'area e il perimetro del triangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 30^\circ$$

$$\hat{B} = 45^\circ$$

$$CH = 20 \text{ cm}$$

### Richieste

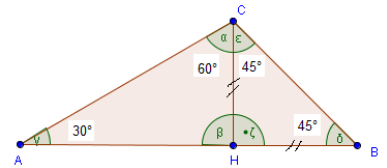
Perimetro, area

$$\widehat{HCB} = 180^\circ - (\hat{H} + \hat{B}) = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

$$\widehat{HCA} = 180^\circ - (\hat{H} + \hat{A}) = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

Un triangolo rettangolo con due angoli di 45° è isoscele.

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.



Se  $\hat{A}=30^\circ$  allora  $\widehat{ACH}=60^\circ$  e  $AC=2CH$

$$AC = 2CH = 2 \cdot 20 = 40 \text{ cm}$$

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{40^2 - 20^2} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AB = AH + BH = (20\sqrt{3} + 20) \text{ cm}$$

Se  $\hat{B}=45^\circ$  allora  $\widehat{BCH}=45^\circ$  e  $BH = CH = 20 \text{ cm}$

$$180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

Un triangolo rettangolo con due angoli di 45° è isoscele.

$$CB = \sqrt{BH^2 + CH^2}$$

$$CB = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$A = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{(20\sqrt{3} + 20) \cdot 20}{2} = (200\sqrt{3} + 200) \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{(20\sqrt{3} + 20) \cdot 20}{2} = \frac{54,64 \cdot 20}{2} = 546,4 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + CB + AC$$

$$2p = 20\sqrt{3} + 20 + 20\sqrt{2} + 40 = (60 + 20\sqrt{2} + 20\sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$2p = (60 + 28,28 + 34,64) \text{ cm} \approx 122,92 \text{ cm}$$

Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa BC, che è il doppio del cateto minore AB, misura 8 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$BC = 2 \cdot AC$$

$$BC = 8 \text{ cm}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ;

2. Area

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

*Si può applicare, quindi, il Teorema di Pitagora ...*

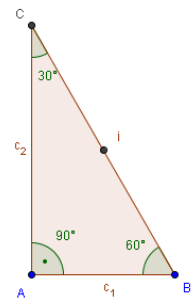
$$AB = c_1 = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$AC = c_2 = \sqrt{CB^2 - AB^2}$$

$$AC = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 4 + 8 + 4\sqrt{3} = (12 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$$



Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, l'ipotenusa BC è il doppio del cateto minore AB e il cateto maggiore AC misura  $2\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$BC = 2 \cdot AB$$

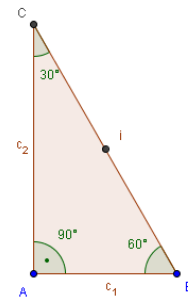
$$AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ; 2. Area

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

*Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa 4 volte il quadrato costruito sul cateto minore, è possibile trovare il lato del quadrato costruito sul cateto minore sapendo che questo quadrato ha area pari a un terzo di quella costruita sull'altro cateto ...*



$$AB = \frac{AC}{2} = c_1 = \sqrt{\frac{AC^2}{3}} = \sqrt{\frac{(2\sqrt{3})^2}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3}{3}} = 2 \text{ cm}$$

$$BC = i = 2 \cdot AB = 2 \cdot c_1 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 2 + 4 + 2\sqrt{3} = (6 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha i due angoli acuti uguali e la sua ipotenusa BC misura  $6\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

### Dati e relazioni

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C}$$

$$BC = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

### Richieste

1.  $2p$ ;

2. Area

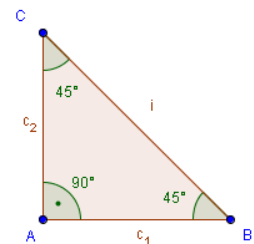
Il triangolo rettangolo ha due angoli di  $45^\circ$  [ $(180^\circ - 90^\circ)/2 = 45^\circ$ ] ed è quindi isoscele e come tale ha due lati uguali

Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa somma di due quadrati uguali costruiti sui cateti, è possibile trovare il lato di uno dei quadrati costruiti sui cateti ...

$$AB = AC = c_1 = c_2 = \sqrt{\frac{CB^2}{2}} = \sqrt{\frac{(6\sqrt{2})^2}{2}} = \sqrt{\frac{64 \cdot 2}{2}} = 8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 8 + 8 + 6\sqrt{2} = (16 + 6\sqrt{2}) \text{ cm}$$





Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha l'angolo in B che il doppio dell'angolo in C e il cateto maggiore AC che misura  $6\sqrt{3}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 2 \cdot \hat{C}$$

$$BC = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

**Richieste**

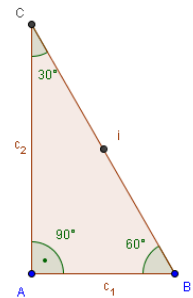
1.  $2p$ ; 2. Area

$$\hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{3} = \frac{(180 - 90)}{3} = \frac{90}{3} = 30^\circ$$

$$\hat{B} = 2 \cdot \hat{C} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

*Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa 4 volte il quadrato costruito sul cateto minore, è possibile trovare il lato del quadrato costruito sul cateto minore sapendo che questo quadrato ha area pari a un terzo di quella costruita sull'altro cateto ...*



$$AB = \frac{AC}{2} = c_1 = \sqrt{\frac{AC^2}{3}} = \sqrt{\frac{(6\sqrt{3})^2}{3}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 3}{3}} = 6 \text{ cm}$$

$$BC = i = 2 \cdot AB = 2 \cdot c_1 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 6 + 12 + 6\sqrt{3} = (18 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, ha i due angoli acuti da 45° e la sua ipotenusa BC misura  $6\sqrt{2}$  cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$$

$$BC = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ; 2. Area

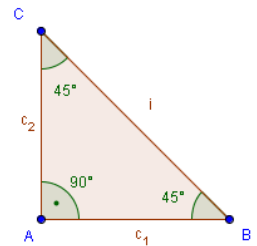
Il triangolo rettangolo è isoscele avendo due angoli di 45°.

Essendo per il Teorema di Pitagora il quadrato costruito sull'ipotenusa somma di due quadrati uguali costruiti sui cateti, è possibile trovare il lato di uno dei quadrati costruiti sui cateti ...

$$AB = AC = c_1 = c_2 = \sqrt{\frac{CB^2}{2}} = \sqrt{\frac{(6\sqrt{2})^2}{2}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 2}{2}} = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 6 + 6 + 6\sqrt{2} = (12 + 6\sqrt{2}) \text{ cm}$$



Un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in A, è isoscele e il suo cateto AB misura 12 cm. Calcola il perimetro e l'area del triangolo.

**Dati e relazioni**

$$\hat{A} = 90^\circ$$

$$AB = AC$$

$$AB = 12 \text{ cm}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ; 2. Area

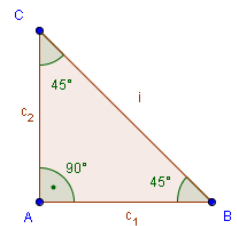
$$AB = AC = c_1 = c_2 = 12 \text{ cm}$$

$$BC = i = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

$$BC = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{144 + 144} = \sqrt{144 \cdot 2} = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + BC + AC = 12 + 12 + 12\sqrt{2} = (24 + 12\sqrt{2}) \text{ cm}$$



In un triangolo ABC l'altezza CH, lunga 24 cm, forma con il lato AC un angolo di 60° e con il lato BC un angolo di 45°. Calcolate il perimetro e l'area del triangolo dato.

### Dati e relazioni

$$CH = 24 \text{ cm}$$

$$\widehat{ACH} = 60^\circ$$

$$\widehat{BCH} = 45^\circ$$

### Richieste

1.  $2p$ ; 2. Area

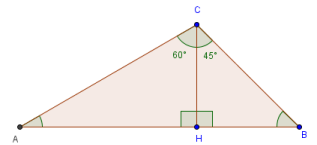
$$\widehat{B} = 180^\circ - (\widehat{H} + \widehat{BCH}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

Un triangolo rettangolo con due angoli di 45° è isoscele.

Per costruzione, quindi, si ha  $CH = HB = 24 \text{ cm}$

$$\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{H} + \widehat{BCH}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

Un triangolo rettangolo che ha due angoli di 30° e di 60° è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.



$$AC = 2 \cdot CH = 2 \cdot 24 = 48 \text{ cm}$$

$$CB = \sqrt{CH^2 + HB^2} = \sqrt{24^2 + 24^2} = \sqrt{2 \cdot 24^2} = 24\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$CB = 24\sqrt{2} \text{ cm} \cong 33,94 \text{ cm}$$

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{48^2 - 24^2} = \sqrt{2304 - 576} = \sqrt{1728} \\ = 24\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AH = 24\sqrt{3} \text{ cm} \approx 41,56 \text{ cm}$$

$$AB = AH + HB = 41,56 + 24 = 65,56 \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + AC = 65,56 + 33,94 + 48 = 147,50 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{41,56 \cdot 24}{2} = 498,72 \text{ cm}^2$$

In un triangolo isoscele ABC l'angolo al vertice è di 120° e uno dei lati uguali misura 4 m. Calcolate il perimetro e l'area del triangolo dato.

**Dati e relazioni**

*ABC è isoscele*

$$AB = AC = 4 \text{ m}$$

$$\hat{A} = 120^\circ$$

$$BC = 6\sqrt{2} \text{ m}$$

**Richieste**

1. *2p*; 2. *Area*

$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}$$

$$HB = HC = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

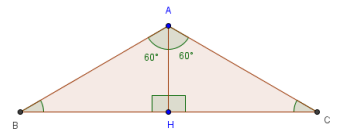
$$HB = HC = 2\sqrt{3} \cong 3,46 \text{ m}$$

$$BC = 2 \cdot BH = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3} \approx 6,92 \text{ m}$$

$$2p = 2 \cdot AB + BC = 2 \cdot 4 + 6,92 = 8 + 6,92 \approx 14,92 \text{ m}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 2}{2} = 4\sqrt{3} \text{ m}^2$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 2}{2} \cong \frac{6,92 \cdot 2}{2} \cong 6,92 \text{ m}^2$$



*Per costruzione*

$$AB = AC = 4 \text{ m}$$

Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di  $60^\circ$ . Sapendo che la base maggiore misura 16 m e la minore 10 m calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

**Dati e relazioni**

*Trapezio isoscele*

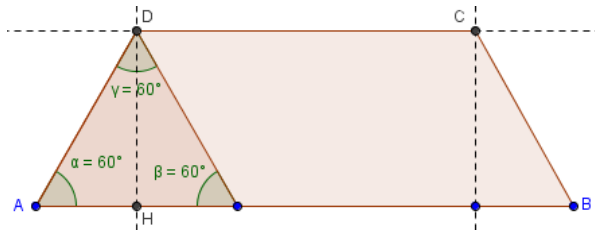
$$\hat{A} = \hat{B} = 60^\circ$$

$$AB = 16 \text{ m}$$

$$CD = 10 \text{ m}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ; 2. Area



Un triangolo rettangolo che ha due angoli di  $30^\circ$  [ $(180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ)$ ] e di  $60^\circ$  è la metà di un triangolo equilatero. Il lato maggiore, l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore.

$$AH = \frac{AB - CD}{2} = \frac{16 - 10}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m}$$

$$AD = 2AH = 2 \cdot 3 = 6 \text{ m}$$

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3} \text{ m}$$

$$A = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH = \frac{16 + 10}{2} \cdot 3\sqrt{3} = 13 \cdot 3\sqrt{3} = 39\sqrt{3} \text{ m}^2$$

$$2p = AB + DC + 2AD = 16 + 10 + 2 \cdot 3\sqrt{3} = (26 + 6\sqrt{3}) \text{ m}$$

Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di 30°. Sapendo che la base minore misura 20 cm e il lato obliquo 40 cm calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

**Dati e relazioni**

Trapezio isoscele ABCD

$$\hat{A} = \hat{B} = 30^\circ$$

$$CD = l = 40 \text{ cm}$$

**Richieste**

1.  $2p$ ;

2. Area



*Il triangolo rettangolo AHD è la metà di un triangolo equilatero perché ha gli angoli acuti di 30° e 60° e il lato maggiore AD, l'ipotenusa, che è il doppio del cateto minore DH.*

$$AD = 40 \text{ cm}$$

$$DH = \frac{AD}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

$$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2}$$

$$AH = \sqrt{40^2 - 20^2} = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = \sqrt{400 \cdot 3} = 20\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$AB = DC + 2AH = 20 + 2 \cdot 20\sqrt{3} = (20 + 40\sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$A = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH$$

$$A = \frac{20 + 40\sqrt{3} + 20}{2} \cdot 20 = 10 \cdot (40 + 40\sqrt{3}) = (400 + 400\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

$$2p = AB + CD + 2AD$$

$$2p = 20 + 40\sqrt{3} + 20 + 2 \cdot 40 = (120 + 40\sqrt{3}) \text{ cm}$$

Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base di  $45^\circ$ . Sapendo che l'altezza del trapezio misura 12 cm e che la base minore congruente a questa calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.

### Dati e relazioni

Trapezio isoscele  $ABCD$

$$\hat{A} = \hat{B} = 45^\circ$$

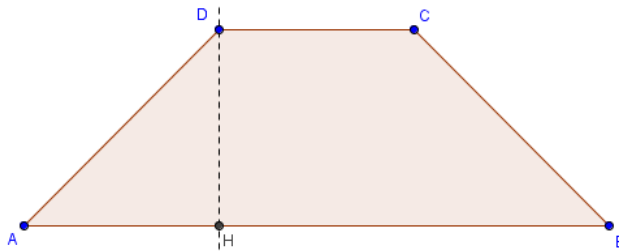
$$DH = h = 12 \text{ cm}$$

$$DH = CD$$

### Richieste

1.  $2p$ ;

2. Area



Un triangolo rettangolo con due angoli di  $45^\circ$  è isoscele.

$$AH = DH = CD = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{2AH^2} = \sqrt{2 \cdot 12^2} = \sqrt{12^2 \cdot 2} \\ &= 12\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$AB = DC + 2AH = 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}$$

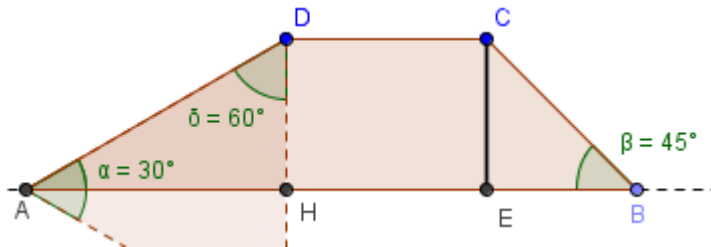
$$A = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH = \frac{36 + 12}{2} \cdot 12 = 6 \cdot 48 = 288 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} 2p &= AB + CD + 2AD = 36 + 12 + 2 \cdot 12\sqrt{2} \\ &= (48 + 24\sqrt{2}) \text{ cm} \end{aligned}$$

Il triangolo rettangolo  $AHD$  è isoscele perché ha gli angoli acuti di  $45^\circ$ .



Un trapezio isoscele ha i due angoli acuti alla base rispettivamente di 45° e 30°. Sapendo che la base minore è un terzo della maggiore e che l'altezza misura 6 cm calcola il perimetro e l'area del trapezio dato.



### Dati e relazioni

Trapezio ABCD

$$\hat{A} = 30^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ$$

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$CD = \frac{1}{3} AB$$

### Richieste

1.  $2p$ ;

2. Area

### DA CONTROLLARE Liceo Giovanni

$$b_1 = 3 b_2$$

$$AD = 2 \cdot DH = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

$$AH = \frac{l \sqrt{3}}{2} = \frac{12 \cdot \sqrt{3}}{2} = 6 \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$CE = DH = EB = 6 \text{ cm}$$

$$CB = l \sqrt{2} = 6 \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$CD = x \quad 3x = 6 \sqrt{3} + x + 6 \quad 2x = 6 \sqrt{3} + 6 \quad x = (3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$AB = 6 \sqrt{3} + 3 + 3 \sqrt{3} + 6 = (9 + 9 \sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$2p = AB + BC + CD + AD$$

$$2p = 9 + 9 \sqrt{3} + 6 \sqrt{2} + 3 + 3 \sqrt{3} + 12 = (24 + 12 \sqrt{3} + 6 \sqrt{2}) \text{ cm}$$

$$A = \frac{9 + 9 \sqrt{3} + 3 + 3 \sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 3 \cdot (12 + 12 \cdot \sqrt{3}) = (36 + 36 \cdot \sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

Il triangolo rettangolo AHD è la metà di un triangolo equilatero perché ha gli angoli acuti di 30° e 60° e il lato maggiore AD, l'ipotenusa, che è il doppio del cateto minore DH.

Il triangolo rettangolo BEC è isoscele perché ha gli angoli acuti di 45°.

Un rombo è formato da due triangoli equilateri sovrapposti. Sapendo che il perimetro del rombo misura 120 cm calcola l'area della figura.

### Dati e relazioni

Rombo  $ABCD$

$ABC$  è *t. equilatero*

$ABD$  è *t. equilatero*

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$

$2p = 120 \text{ cm}$

### Richiesta

Area

Il triangolo rettangolo  $AHC$  è la metà di un triangolo equilatero ( $ABC$ ) per costruzione. Il lato maggiore  $AC$ , l'ipotenusa, è quindi il doppio del cateto minore  $AH$ .

$$AC = CB = BD = AD = AB = \frac{2p}{4} = \frac{120}{4} = 30 \text{ cm}$$

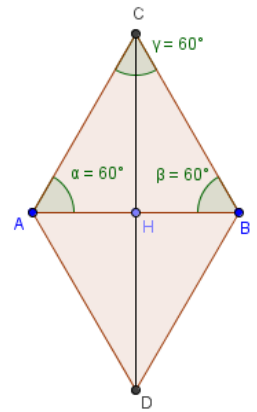
$$AH = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$$

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2}$$

$$CH = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{900 - 225} = \sqrt{675} = \sqrt{225 \cdot 3} = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$CD = 2CH = 2 \cdot 15\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$A = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{30 \cdot 30\sqrt{3}}{2} = 15 \cdot 30\sqrt{3} = 450\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



Un parallelogramma ha i due angoli acuti alla base di 60°. Sapendo che i lati obliqui misurano 8 cm e le basi 9 cm calcolane il perimetro e l'area.

### Dati e relazioni

Parallelogramma  $ABCD$

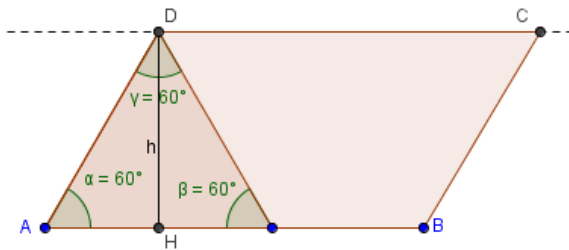
$$\hat{A} = \hat{C} = 60^\circ$$

$$AB = CD = 9 \text{ cm}$$

$$AD = BC = 8 \text{ cm}$$

### Richieste

1.  $2p$ ; 2. Area



*Il triangolo rettangolo  $AHD$  è la metà di un triangolo equilatero perché ha gli angoli acuti di 30° e 60° e il lato maggiore  $AD$ , l'ipotenusa, che è il doppio del cateto minore  $AH$ .*

$$AH = \frac{AD}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$


$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$


$$A = \frac{AB \cdot DH}{2} = \frac{9 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$


$$2p = 2AB + 2AD = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 = 18 + 16 = 34 \text{ cm}$$





## Keywords

 *Geometria, Geometria piana, teorema di Pitagora, Pitagora, Equivalenza, Misura delle aree, Area, Superficie, Triangolo, Triangolo isoscele, Triangolo rettangolo, Triangoli, Problemi di geometria con soluzioni*

 *Geometry, Pythagoras, Pythagoras's theorem, Area, Area Measurement, Triangle, Triangles, triangle equilateral, triangle isosceles, triangle scalene, Geometry Problems with Solutions*

 *Geometría, Área, Superficie, Perímetro y áreas de figuras planes, triángulos, triángulo, equilátero, isósceles, escaleno, Área figuras planes*

 *Géométrie, Pythagore, Théorème de Pythagore, Aire, Triangle, Isocèle, équilatéral, scalène, Superficie, Aires et périmètres*

 *Geometrie, Umfang, Fläche, Triangel, Dreieck, spitzwinkliges Dreieck, rechtwinkliges Dreieck, stumpfwinkliges Dreieck, Satz des Pythagoras, Pythagoras, Dreiecksgeometrie, Satz, Mathematik*

Teorema de Pitàgores

Stelling van Pythagoras

Pisagor teoremi

Πυθαγόρειο θεώρημα

Den pythagoræiske læresætning

Teorema de Pitágoras

Pythagoras' læresetning

Pythagoras sats

Pythagoraan lause

Teorema Πιθαγορα

Pythagorova věta

Twierdzenie Pitagorasa

Teorema lui Pitagora

فيثاغورس مبرهنة

勾股定理

ピタゴラスの定理