Esercitazioni con Poligoni. Diagonali.

Il segmento che unisce due vertici non consecutivi si chiama **diagonale**.

Disegna un quadrilatero. Il quadrilatero ha …… lati e ………… diagonali.

Disegna un pentagono. Il pentagono ha ………… diagonali.

Disegna un esagono. L'esagono ha …… lati e ………… diagonali.

Disegna un ettagono. L'ettagono ha …… lati e ………… diagonali.

Fai un disegno che illustri i tre poligoni e le loro diagonali.

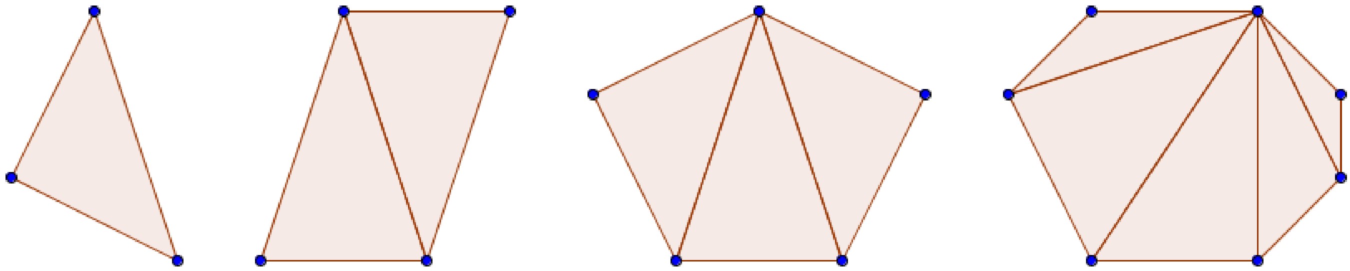
Completa la tabella.

Numero di lati	Nome poligono	Numero di vertici	Numero di diagonali
3	triangolo		
4	quadrilatero		
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
1000	Chiliagono		

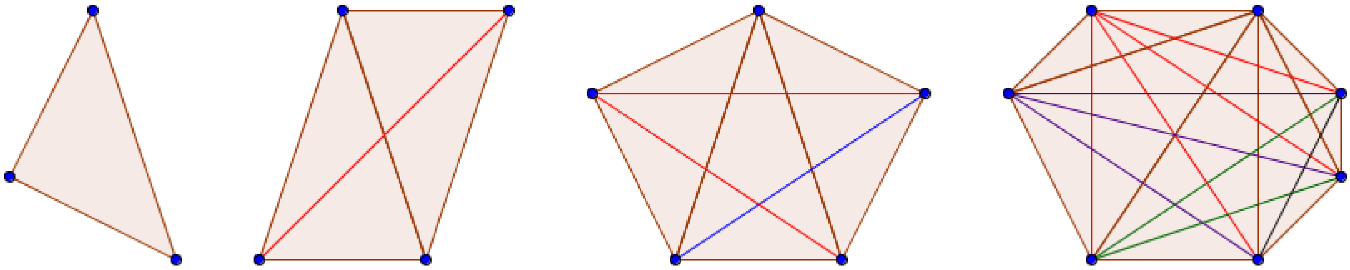
Proponi una formula per trovare il numero totale delle diagonali y di un poligono di $x > 2$ vertici.

Soluzioni

Traccia le diagonali che escono da un vertice del poligono.



Il loro numero è pari al numero di lati del poligono diminuito di 3.



Contando tutti i vertici (n) e le diagonali relative, si ottiene il doppio delle diagonali. Considerando anche i lati adiacenti ad ogni vertice, il primo vertice può essere congiunto a $n-1$ vertici, il secondo $n-2$ vertici e così sino all'ultimo vertice. Il problema si riconduce alla somma di interi da $n-1$ a 1 da cui serve sottrarre il numero dei lati (n) che altrimenti sarebbero contati come diagonali.

$$d_n = \frac{n\cdot(n-1)}{2} - n = \frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

Si può anche partire dal fatto che ogni diagonale è delimitata da due vertici del poligono e che il verso in cui la si indica è riferito alla stessa diagonale. E' possibile, quindi, ricondurre il problema al numero di combinazioni semplici che si possono formare con n oggetti presi 2 alla volta. Alle combinazioni possibili vanno tolte quelle riferite a due vertici consecutivi.

$$d_n = C_{n,2} - n = \binom{n}{2} - n = \frac{n!}{2!\,(n-2)!} - n = \frac{n\cdot(n-1)}{2} - n = \frac{n\cdot(n-1)-2n}{2} = \frac{n\cdot(n-3)}{2}$$

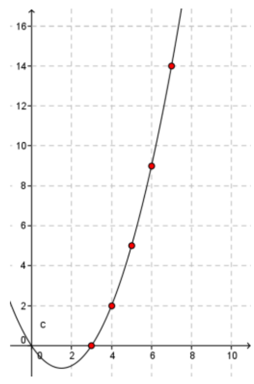
Dove n indica il numero di vertici del poligono.

La funzione che lega il numero delle diagonali (y) al numero di vertici (x) di un poligono è la seguente:

$$y = \frac{x^2-3x}{2}$$

Sul piano cartesiano si ottiene la conica seguente:

$$x^2-3x-2y=0$$



n. vertici	*nome*	*n. di diagonali*
3	Triangolo	0
4	Quadrilatero	2
5	Pentagono	5
6	Esagono	9
7	Ettagono	14
8	Ottagono	20
9	Ennagono	27
10	Decagono	35
11	Endecagono	44
12	Dodecagono	54
13	Tridecagono	65
14	Tetradecagono	77
15	Pentadecagono	90
16	Esadecagono	104
17	Eptadecagono	119
18	Ottadecagono	135
19	Ennadecagono	152
20	Icosagono	170
21	Endeicosagono	189
22	Doicosagono	209
23	Triaicosagono	230
24	Tetraicosagono	252
25	Pentaicosagono	275
26	Esaicosagono	299
30	Triacontagono	405
50	Pentacontagono	1175
1000	Chiliagono	498 500
10 000	Miriagono	49 985 000